



Une guirlande électrique a une puissance de 20 watts.

? Comment calculer l'énergie électrique consommée par cette guirlande en une nuit de 8 h ?

SÉQUENCE

Outils pour le calcul

NOTIONS

1 Calculer avec des nombres relatifs en écriture décimale	18
2 Calculer avec des fractions	20
3 Utiliser la proportionnalité et calculer des pourcentages	22
4 Utiliser des grandeurs produits et des grandeurs quotients	24

Exercices d'entraînement

CORRIGÉ

1 Calculer.

$$A = (-7) + (-4)$$

$$B = 7 - (-3)$$

$$C = (-5) - (-6)$$

$$D = (-1,5) + (-1,5)$$

$$E = (-1,5) - (-1,5)$$

2 Associer chaque calcul de gauche à un résultat de droite.

$$3 - 6 \quad \bullet \quad \bullet \quad -9$$

$$-3 + 6 \quad \bullet \quad \bullet \quad -3$$

$$-3 - 6 \quad \bullet \quad \bullet \quad 3$$

$$3 + 6 \quad \bullet \quad \bullet \quad 9$$

3 Calculer.

$$A = -10,5 + 13,2$$

$$B = -5,4 - 6,6$$

$$C = -0,5 + 2,4$$

$$D = -0,1 - 0,4$$

4 Recopier et compléter.

$$a) 5 - \dots = 10$$

$$b) -13 + \dots = 40$$

$$c) -5 - \dots = 5$$

$$d) -6 - \dots = 0$$

5 Calculer.

$$A = -7 + 8 - 3 - 10$$

$$B = 2 - 5 + 6 - 14$$

$$C = -5 - 6 - 7$$

$$D = -5 - (-6) + 1$$

6 Calculer.

$$E = 2 - (5 - 7)$$

$$F = -3 + (4 - 12)$$

$$G = 1 - (-1 + 9) + (-2 - 3)$$

7 On donne $A = x - y + 2$.

Calculer A pour :

$$a) x = -1 \text{ et } y = 3$$

$$b) x = 13 \text{ et } y = -5$$

$$c) x = -2 \text{ et } y = -17$$

$$d) x = 0 \text{ et } y = -2$$

$$e) x = 0 \text{ et } y = 0$$

8 On donne $A = 1 - x - y$.

Calculer A pour :

$$a) x = -5 \text{ et } y = -1$$

$$b) x = 1 \text{ et } y = 2$$

$$c) x = -1 \text{ et } y = -13$$

$$d) x = 2,1 \text{ et } y = -0,4$$

$$e) x = 10 \text{ et } y = -10$$

9 Calculer.

$$A = -10 \times (-4,2)$$

$$B = -5 \times 2,4$$

$$C = -4 \times (-4)$$

10 Recopier et compléter.

$$a) (-5) \times \dots = 60$$

$$b) (-2,5) \times \dots = -10$$

$$c) 3,5 \times \dots = -7$$

11 Calculer.

$$A = -8 - 4$$

$$B = (-8) \times (-4)$$

$$C = -8 + 4$$

$$D = (-8) \times 4$$

$$E = 8 - 4$$

$$F = 8 \times (-4)$$

12 Sans calculatrice

Écrire sous forme décimale.

$$A = \frac{-15}{-2}$$

$$B = \frac{14}{-5}$$

$$D = \frac{-45}{30}$$

$$E = \frac{-10}{-1}$$

13 Sans calculatrice

Écrire sous forme décimale.

$$A = \frac{-3 - 4}{5}$$

$$B = \frac{5}{-2 - 2}$$

$$C = \frac{-3 + 4}{5}$$

$$D = \frac{-2 + 8}{-2 - 8}$$

$$E = \frac{-2 - 3 + 9}{1 - (-3)}$$

$$F = \frac{2 - (-1)}{4 - (-2)}$$

14 Effectuer les calculs suivants.

$$A = 5 - 5 \times (-2 \times 3 + 2 \times (-3))$$

$$B = 6 + (-3) \times (-4)$$

$$C = -5 \times 2 + 12$$

$$D = -4 \times (-7) - 12$$

15 Effectuer les calculs suivants.

$$A = -6 \times 5 - 7 \times (-4)$$

$$B = (-4 + 2) \times (5 - 7)$$

$$C = (-4) \times 3 - (-4 + 3)$$

$$D = (-4) - 3 - (-4 \times 3)$$

16 On donne $M = -3 \times m + 5 \times p - 1$.

Calculer M pour :

$$a) m = p = 2$$

$$b) m = 2 \text{ et } p = -2$$

$$c) m = -2 \text{ et } p = 2$$

$$d) m = p = -2$$

17 On donne $P = (-3s + 6) \times (7 - s)$.

Calculer P pour :

$$a) s = 2$$

$$b) s = 7$$

$$c) s = 1$$

$$d) s = -5$$

$$e) s = 12$$

$$f) s = 0$$

18 On donne $K = -2x(x + 3)$.

Calculer K pour :

$$a) x = 5$$

$$b) x = -2$$

$$c) x = -3$$

Exercices d'entraînement

CORRIGÉ

19 Écrire les fractions avec 15 pour dénominateur.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{5}$ c) $\frac{44}{30}$

20 Simplifier les fractions.

a) $\frac{72}{48}$ b) $\frac{81}{27}$ c) $\frac{36}{124}$

21 La fraction $\frac{7}{13}$ est égale à :

a) $\frac{-7}{-13}$ b) $\frac{-7}{-13}$ c) $\frac{4}{13} + \frac{3}{13}$

22 La fraction $\frac{8}{14}$ est égale à :

a) $4 \times 4 \times \frac{2}{7}$ b) $\frac{4}{7} + \frac{4}{7}$ c) $\frac{2}{7} \times \frac{4}{2}$

23 Calculer.

$A = \frac{2}{5} + \frac{7}{10}$ $B = \frac{2}{5} \times \frac{7}{10}$
 $C = \frac{3}{4} \times \frac{1}{7}$ $D = 3 \times \frac{1}{28}$

24 Écrire sous la forme d'une seule fraction.

$A = \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$ $B = \frac{7}{2} + \frac{21}{6}$
 $C = \frac{1}{12} - \frac{1}{3}$ $D = \frac{2}{11} + \frac{4}{9}$

25 Calculer.

$A = 3 + \frac{5}{13}$ $B = 3 \times \frac{5}{13}$

26 Calculer.

$C = \frac{7}{5} - \frac{11}{5}$ $D = -\frac{7}{5} - \frac{11}{5}$
 $E = \frac{7}{5} \times \frac{11}{5}$ $F = \frac{-7}{5} \times \frac{-11}{-5}$

27 Calculer.

$G = 7 - \frac{3}{7}$ $H = 7 \times \left(-\frac{3}{7}\right)$ $I = 7 : \frac{3}{7}$

28 Calculer.

$A = \frac{8}{\frac{9}{24}}$ $B = \frac{2}{\frac{3}{4}}$ $C = \frac{2}{\frac{3}{4}}$ $D = \frac{1}{\frac{5}{2}} \times \frac{5}{2}$

29 Calculer.

$A = \frac{2}{7} + \frac{3}{5} \times \frac{7}{3}$ $B = \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{5}\right) \times \frac{7}{3}$
 $C = \frac{2}{7} \times \frac{3}{5} \times \frac{7}{3}$ $D = \frac{2}{7} - \frac{3}{5} : \frac{7}{3}$

30 Calculer :

a) $\frac{3}{4}$ de 32 ; b) $\frac{2}{3}$ de 45 ;
 c) $\frac{5}{4}$ de 780 ; d) $\frac{225}{100}$ de 14.

31 Dans la classe de 3^e A, il y a 28 élèves dont $\frac{3}{5}$ de filles.

Dans la classe de 3^e B, il y a 25 élèves dont $\frac{4}{5}$ de filles.

- Dans quelle classe y a-t-il la plus grande proportion de filles ?
- Dans quelle classe y a-t-il le plus grand nombre de filles ?

32 Ce lundi, $\frac{2}{3}$ des 1 254 clients d'un site Internet sont des jeunes de moins de 25 ans.

Parmi ces jeunes, $\frac{1}{4}$ achètent des jeux vidéo.

- Combien de ces jeunes ont acheté un jeu vidéo ?
- Quelle proportion des clients représentent les jeunes de moins de 25 ans qui ont acheté un jeu vidéo ?

33 Joanna a commencé à repeindre sa chambre.



Lundi elle en a peint les $\frac{3}{5}$.

Mardi elle a peint $\frac{1}{4}$ de ce qui lui restait faire.

Quelle fraction de sa chambre lui reste-t-il à peindre le mercredi ?

34 Fractions bizarres

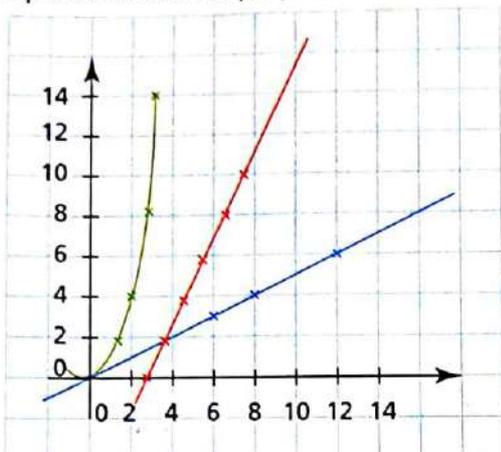
Calculer $A = \frac{3^3 + 7^3}{3 + 7}$ et $B = \frac{4^3 + 8^3}{4 + 8}$.

35 Calculer x dans les cas suivants.

a) $\frac{x}{5} = \frac{9}{4}$ b) $\frac{7}{x} = \frac{11}{7}$ c) $\frac{9}{8} = \frac{x}{5}$ d) $\frac{11}{12} = \frac{10}{x}$

Exercices d'entraînement

36 Sur le graphique ci-dessous, identifier la série de points représentant une situation de proportionnalité. Expliquer.



CORRIGÉ

37 Voici les ingrédients nécessaires à la fabrication de 15 crêpes environ :

- 250 g de farine ;
- ½ L de lait ;
- 4 œufs ;
- 1 cuillère à soupe d'huile.



Recopier et compléter le tableau de proportionnalité suivant.

Crêpes	15				
Farine (en kg)		1			
Lait (en L)			3		
Œufs				12	
Huile (cuillère)					5

38 Flora a acheté 3,4 m de tissu pour 96,90 €. Calculer le prix de 5 m de ce tissu.

39 Calculer 15 % des nombres suivants.

- a) 240 b) 80 c) 42 d) 1,5

40 Lucas achète sept timbres pour envoyer des lettres de moins de 20 g ; il paie 5,60 €. Tom désire acheter quinze timbres pour envoyer lui aussi des lettres de moins de 20 g. Combien va-t-il payer ?

41 Calculer :

- a) 22 % de 150 ; b) 1,5 % de 82 ;
c) 0,2 % de 25 ; d) 2 % de 45.

42 Exprimer les situations suivantes sous forme de pourcentage.

- a) Dans un aquarium, $\frac{4}{5}$ des animaux sont des poissons.
b) Dans un bus, $\frac{1}{8}$ des passagers sont des enfants.
c) Dans un parc de loisirs, $\frac{7}{8}$ des personnes sont des enfants.
d) Parmi les messages qu'a envoyés Julie ce jour, la fréquence de MMS est 0,92.

43 Calculer le pourcentage de bonbons de couleur noire visibles sur cette photo.



44 Lors de sa diffusion le 7 décembre, un jeu télévisé a rassemblé 1 749 000 téléspectateurs pour une part de marché de 15,1 %. Combien y avait-il de téléspectateurs ce 7 décembre ?

- 45** Dans la vitrine d'un magasin, Jérôme et Nicolas voient une pancarte indiquant : **SOLDES !**
1. Nicolas a payé 11,40 € un chapeau pour lequel il y avait une réduction de 70 %. Quel était le prix initial de ce chapeau ?
 2. Jérôme bénéficie d'une réduction de 70 % sur le prix d'un chapeau à 11,40 €. Quel prix paie-t-il ?

46 Dans une boîte, il y a le même nombre de feutres bleus, noirs, rouges, jaunes et blancs. Il y a le même nombre de feutres verts et roses. Il y a deux fois moins de feutres verts que de bleus. Exprimer sous forme de pourcentage la répartition des feutres par couleur.

Exercices d'entraînement

47 Calculer combien de tonnes-kilomètres le transport de 150 tonnes sur 500 km représente-t-il.

48 Recopier et compléter les phrases suivantes.

720 nuitées représentent :

- a) 720 personnes pendant ... nuit ;
- b) 1 personne pendant ... nuits ;
- c) 72 personnes pendant ... nuits ;
- d) ... personnes pendant 18 nuits.

CORRIGÉ

49 Recopier et compléter.

1 200 voyageurs-kilomètres c'est :

- a) 100 voyageurs sur ... km ;
- b) 600 voyageurs sur ... km ;
- c) ... voyageurs sur 1 km ;
- d) 1 voyageur sur ... km ;
- e) ... voyageurs sur 40 km.

50 Un gaufrier a une puissance de 700 W. Il fonctionne durant 1 h 20 min.



Calculer l'énergie électrique consommée sur cette durée.

51 Le grammage est une grandeur caractérisant un papier ou un carton, correspondant à sa masse par unité de surface.



Sur un rouleau de papier kraft, il est écrit :

- 280 m × 100 cm ;
- 90 g/m².

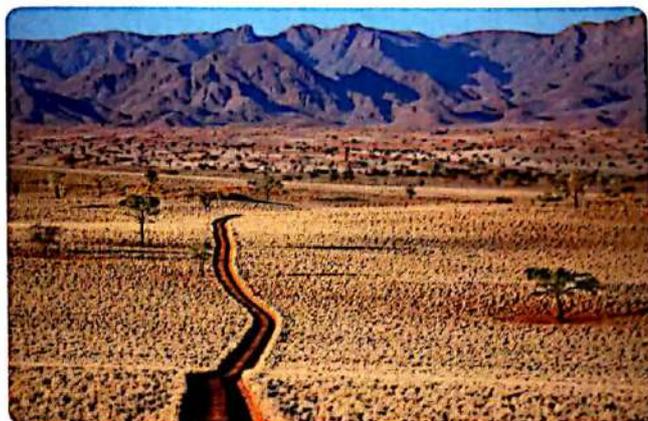
1. Quelle est l'aire de ce papier ?
2. Combien pèse ce rouleau en kg ?

52 Une voiture parcourt 100 km à la vitesse de 80 km/h puis encore 100 km à la vitesse de 100 km/h.

Alix affirme que sa vitesse moyenne sur les 200 km parcourus est de 90 km/h. A-t-elle raison ?

53 1. La densité d'habitants en Namibie est de 2,6 hab/km².

La superficie de ce pays est 825 418 km².



Quelle est la population de ce pays ? (Arrondir au millier.)

2. La ville de Hong Kong a une densité d'habitants de 6 405 hab/km². Sa superficie est de 1 104 km².

Combien cette ville compte-t-elle d'habitants ?

54 Une bouteille de 2 L de soda contient l'équivalent de 42,5 morceaux de sucre de 5 g chacun.

Calculer la concentration de sucre dans ce soda en g/L.

55 Voici une étiquette collée sur un lave-linge.



En mode lavage, pour brasser le linge, le tambour tourne dans un sens, marque un temps d'arrêt, puis tourne dans l'autre sens.

Combien de tours par heure le tambour fait-il :

- a) pour laver du coton ?
- b) pour laver du synthétique ?
- c) pour laver de la laine ?

66 Exprimer sous forme décimale.
 a) 12 % b) 3 % c) 1 %

67 1. Speedy, un petit guépard, dort 18 h sur 24 h. Exprimer la durée de son sommeil en pourcentage de sa journée.



2. La maman de Speedy a tué un impala pour se nourrir. La première journée, elle mange 25 % de sa proie, la deuxième journée elle mange 25 % de ce qu'il reste. Elle pense qu'il reste 50 % de la proie pour se nourrir dans les prochains jours. Qu'en pensez-vous ?

68 Un athlète court 100 m en 10 s. Est-il plus rapide qu'un cycliste qui roule à 35 km/h ?

69 Une goutte d'eau a une contenance de $\frac{1}{20}$ mL.



- Combien y a-t-il de goutte d'eau dans 1 L d'eau ?
- Un robinet mal fermé laisse tomber une goutte d'eau chaque 5 s. Quelle quantité d'eau cela fait-il en 1 an ?
- Combien faut-il de gouttes pour remplir un verre de 15 cL ?

Problèmes

CORRIGÉ
70 Je m'exerce pour le **DNB**
 (D'après centres étrangers, juin 2012)

- Calculer $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$.
- Au goûter, Lise mange $\frac{1}{4}$ du paquet de gâteaux qu'elle vient d'ouvrir. De retour du collège, sa sœur Agathe mange les $\frac{2}{3}$ des gâteaux restants dans le paquet entamé par Lise. Il reste alors 5 gâteaux. Quel était le nombre initial de gâteaux dans le paquet ?

71 **Discovery**
 Discovery est une navette spatiale américaine. Elle porte le nom d'un des navires du grand cartographe et explorateur anglais James Cook.



Voici un extrait de sa fiche technique.

Vitesse maximale : 28 003 km/h.
Cout : 196 milliards de dollars américains.
Masse : environ 2 000 t.

Raisonner 1. Combien de temps mettrait Discovery pour parcourir la distance Lille-Marseille (environ 1 000 km) ?

2. On considère que 1 € = 1,20 \$.
- Combien coûte cette navette en euros ?
 - Combien pourrait-on acheter de scooter à 500 € avec cette somme ?

72 **DNB** D'après Polynésie, juin 2012.

- L'inverse de 1 est :
 a) -1 b) 1 c) 2
- $\frac{2+3}{4 \times 7}$ s'écrit aussi :
 a) $(2+3) : (4 \times 7)$ b) $2+3 : 7(4 \times 7)$
 c) $2+3 : 4 \times 7$
- $2 + \frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$ est égal à :
 a) $\frac{13}{6}$ b) $\frac{4}{12}$ c) $\frac{5}{7}$

73 **Fuite dans le garage**

Jean-Luc a une cave rectangulaire de longueur 15 m et de largeur 8 m. Il est descendu à la cave chercher des pommes de terre qu'il a lavées au robinet. Mais il a laissé le robinet ouvert et maintenant il y a 12 cm d'eau dans la cave ! Heureusement, Jean-Luc possède une pompe vide cave qui débite 8000 L/h. Combien de temps va-t-il lui falloir pour vider sa cave ?

74 Une F1 en chiffres

Voici quelques données sur une formule 1.

- Largeur : 180 cm.
- Hauteur : 95 cm.
- Longueur : 4,5 m.
- Régime maximum : 19 000 tours/minute.
- Freinage, de 300 km/h à l'arrêt : 4s.
- Essence et lubrifiants : 1 200 litres d'essence (pour un weekend et par équipe).

1. Pour transporter cette voiture, on la dépose dans une caisse ayant la forme d'un pavé droit.



Chercher Quel doit être son volume si on laisse 50 cm de libre autour de la voiture ?

2. Lorsque le moteur tourne à plein régime combien de tours par seconde fait-il ?
3. La voiture de Xavier consomme 5 L/100 km. Combien pourrait-il faire de kilomètres avec la quantité de carburant consommée par la F1 en un weekend ?

75 DNB (D'après Amérique du Nord, juin 2011)

La vitesse de la lumière est 300 000 km/s.

1. La lumière met $\frac{-14}{-5}$ de seconde pour aller d'un satellite à la Terre. Calculer la distance séparant le satellite de la Terre.
2. La lumière met environ 8 minutes et 30 secondes pour nous parvenir du Soleil. Calculer la distance nous séparant du Soleil. Donner le résultat en écriture scientifique.

76 Débit d'une douche

André possède une douche qui débite 9,5 L/min. Il décide d'installer une pomme de douche à débit réduit de 6,5 L/min

Dans sa famille (quatre personnes) chacun prend une douche par jour, de 5 min en moyenne.

1. Quelle quantité d'eau André peut-il espérer économiser sur un an ?

Calculer 2. Le m³ d'eau coûte 2,80 €. Quelle économie peut-il espérer réaliser, sachant que le coût de la nouvelle pomme de douche est 50 € ?

77 DNB (D'après France métropolitaine, juin 2011)

Une famille envisage d'installer une citerne de récupération d'eau de pluie. Pour pouvoir choisir une installation efficace, la famille commence par déterminer sa capacité à récupérer de l'eau de pluie. Elle estime ensuite ses besoins en eau avant de choisir une citerne.

1. Dans cette partie, il s'agit de calculer le volume d'eau de pluie que cette famille peut espérer recueillir chaque année. Dans la ville où réside cette famille, on a effectué pendant onze années un relevé des précipitations. Ces relevés sont donnés dans le tableau suivant.

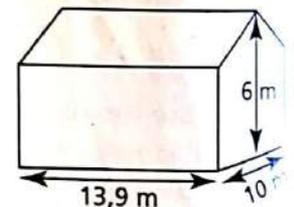
Année	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Précipitations en litres par mètre carré (L/m ²)	1 087	990	868	850	690	616	512	573	810	841	867

a) En quelle année y a-t-il eu le plus de précipitations ? Aucune justification n'est demandée.

b) En 2009, combien de litres d'eau sont tombés sur une surface de 5 m² ?

2. Sur les onze années présentées dans le tableau, quelle est la quantité moyenne d'eau tombée en une année ?

3. Calculer la surface au sol d'une maison ayant la forme d'un pavé droit (surmonté d'un toit) de 13,9 m de long, 10 m de large et 6 m de haut.



4. Une partie de l'eau de pluie tombée sur le toit ne peut pas être récupérée. La famille utilise une formule pour calculer le volume d'eau qu'elle peut récupérer : $V = P \times S \times 0,9$

V : volume d'eau captée en litres,

P : précipitations en litres par mètre carré,

S : surface au sol en mètres carrés.

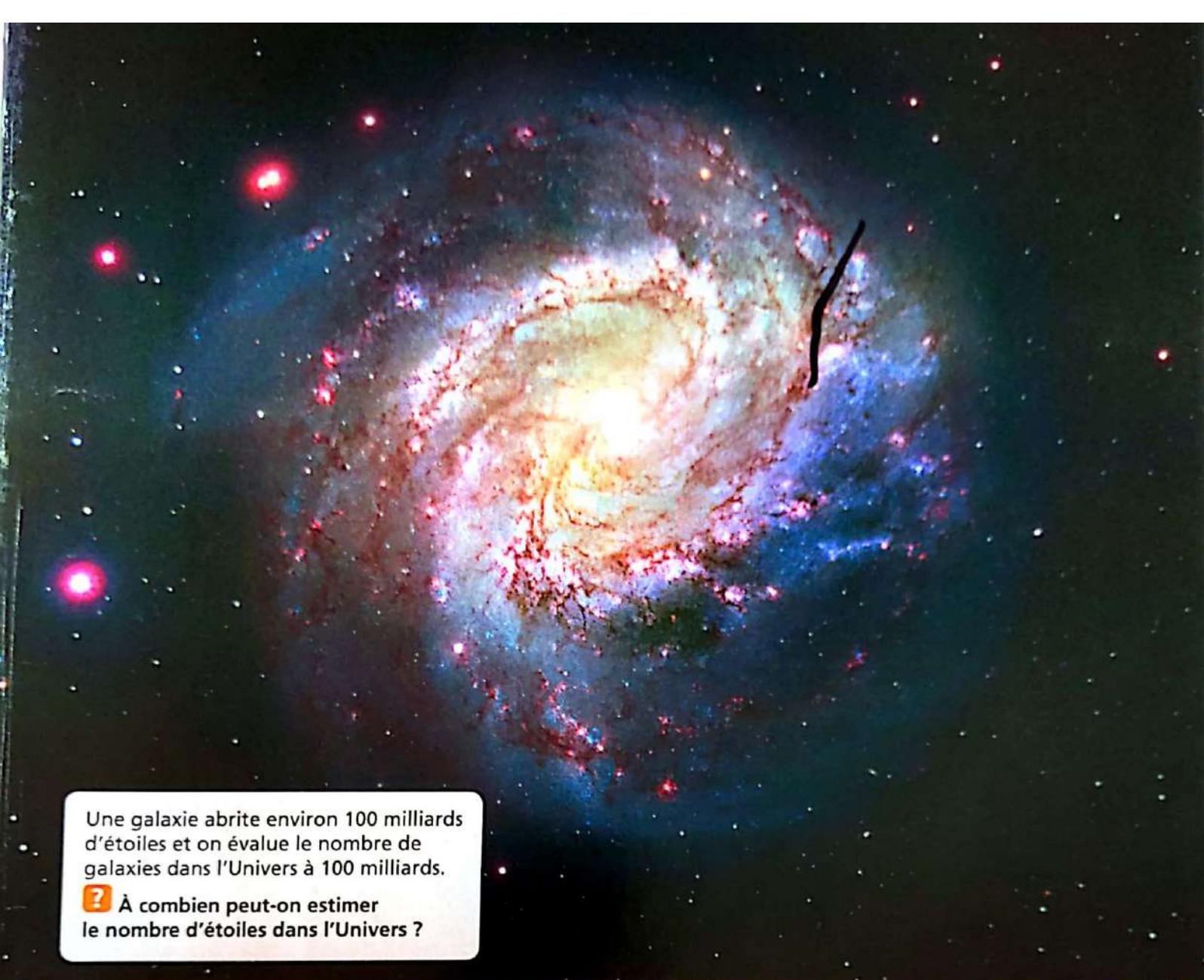
Calculer ce volume en litres pour l'année 2009.

Montrer que 108 m³ en est une valeur approchée à 1 m³ près.

78 Baisse et hausse

Le prix d'un objet a augmenté de 10 % entre 2015 et 2016 puis a subi une baisse de 10 % entre 2016 et 2017.

Raisonner Le prix de cet objet est-il revenu au prix initial de 2015 ?



Une galaxie abrite environ 100 milliards d'étoiles et on évalue le nombre de galaxies dans l'Univers à 100 milliards.

? À combien peut-on estimer le nombre d'étoiles dans l'Univers ?

SÉQUENCE

Puissances d'un nombre

NOTIONS

- 5** Utiliser les puissances de 10. Donner l'écriture scientifique d'un nombre 30
- 6** Utiliser les puissances d'un nombre quelconque 32

Utiliser les puissances de 10. Donner l'écriture scientifique d'un nombre

Cherchons

- Écrire sous la forme d'un nombre décimal.
a) 10^3 b) 10^7 c) 10^{-2} d) 10^{-8}
- Écrire sous la forme d'une puissance de 10.
a) $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$ b) $10^4 \times 10^9$ c) $\frac{10^8}{10^2}$ d) $\frac{10^5}{10^8}$
- Écrire en notation scientifique.
a) 792 006,49 b) 30 000 000 c) 0,005 4 d) $17\,299,8 \times 10^{11}$

Cours

5 6

Définition Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 2.

Le produit $\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}}$ se note 10^n et se lit « 10 exposant n ».

L'écriture 10^{-n} désigne l'inverse de 10^n .

Remarque $10^n = \frac{1000\dots0}{n \text{ zéros}}$ $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{0,000\dots01}{n \text{ zéros}}$ $10^0 = 1$

Propriété On peut écrire le produit et le quotient de deux puissances de 10 sous la forme d'une puissance de 10.

Exemples

$$\bullet 10^5 \times 10^3 = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}_{5 \text{ facteurs}} \times \underbrace{10 \times 10 \times 10}_{3 \text{ facteurs}} = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}_{8 \text{ facteurs}} = 10^8$$

$$\bullet \frac{10^4}{10^7} = \frac{\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10}_{4 \text{ facteurs}} \times 1}{\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}_{7 \text{ facteurs}}} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$$

Propriété et définition Il existe une manière unique d'écrire un nombre décimal sous la forme suivante : un nombre compris entre 1 et 10 (10 exclu) \times une puissance de 10. Cette écriture est appelée écriture (ou notation) scientifique.

Exemples

• L'écriture scientifique de 3 068 est $3,068 \times 10^4$. • L'écriture scientifique de 0,0041 est $4,1 \times 10^{-3}$.

Remarque Si $d \times 10^4$ est l'écriture scientifique d'un nombre alors 10^4 est un ordre de grandeur de ce nombre.

Exercices d'application

1 Écrire sous la forme d'un nombre décimal.

- a) 10^6 b) 10^1
c) 10^{-3} d) 10^9
e) 10^{14} f) 10^0
g) 10^{-7} h) 10^{-1}

CORRIGÉ

2 Écrire sous la forme d'une puissance de 10.

- a) $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$
b) $10 \times 100 \times 1\,000$
c) $\frac{1}{10^3}$ d) $\frac{1}{10^9}$ e) 0,000 000 01 f) $\frac{1}{1\,000\,000}$

- 3** Écrire sous la forme d'une puissance de 10.
- a) $1\ 000 \times 1\ 000\ 000\ 000$
 - b) $0,000\ 000\ 000\ 01$
 - c) $0,000\ 1$
 - d) $100 \times 100 \times 100 \times 10,0 \times 100 \times 100$
 - e) $\frac{1}{10}$
 - f) 1

- 4** Vrai ou faux ?
- a) $10^7 = 10 \times 7$
 - b) 10^{-9} est l'inverse de $\frac{1}{10^9}$.
 - c) 10^{-8} est supérieur à 1.
 - d) $10^{-2} > 10^{-5}$
 - e) $10^4 \times 10^{20} = 10^{80}$
 - f) $10^5 + 10^{-5} = 10^5$
 - g) $\frac{10^{16}}{10^{19}} = 10^3$
 - h) $(10 \times 10)^4 = 10^6$

Exercices d'entraînement

- 5** Écrire sous la forme d'une puissance de 10.
- a) $10^5 \times 10^3$
 - b) $10^4 \times 10^8$
 - c) $\frac{10^7}{10^3}$
 - d) $\frac{10^8}{10^6}$
 - e) $10^2 \times 10^5 \times 100\ 000$
 - f) $\frac{100\ 000\ 000}{10^5}$
 - g) $(10^4)^3$
 - h) $\frac{10^6}{10^9}$

- 6** Calculer et donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10.
- A = $2 \times 10^7 \times 5\ 000$
 B = $40 \times 10^3 \times 25 \times 100\ 000\ 000$
 C = $\frac{10^{12}}{10^3 \times 10^4}$
 D = $\frac{10^8 \times 10^6}{(10^5)^3}$

- 7** Calculer et donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10.
- E = $1\ 000\ 000^2 \times 10^3$ F = $\frac{10^5 \times 10^8}{100 \times 10^9}$
 G = $10 \times 10^3 \times 8 \times 10^5 \times 1\ 250$ H = $\frac{(10^3)^5}{(10^7)^2}$

- 8** Calculer et donner le résultat sous la forme d'un nombre décimal.
- a) $10^7 \times 10^4$ b) $10^3 - 10^2$ c) $10^6 + 10^{-3}$ d) $10^2 - 10^{-2}$

- 9** Calculer et donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10.
- Exemple** $10^5 \times 10^{-8} = 10^5 \times \frac{1}{10^8} = \frac{10^5}{10^8} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$
- a) $10^{-4} \times 10^{11}$
 - b) $10^{-9} \times 10^{-3}$
 - c) $10^{16} \times 10^{-7} \times 0,000\ 01$
 - d) $10\ 000\ 000 \times (10^{-6})^3$

- 10**  Comment peut-on faire afficher le nombre 10^{-13} à l'écran d'une calculatrice sans utiliser les touches $-$ ou (\rightarrow) ?

- 11** 1. L'écriture $3,806 \times 10^{-12}$ est-elle une écriture scientifique ? Justifier.
 2. a) Expliquer pourquoi les écritures $0,125 \times 10^7$ et $4,098 : 10^6$ ne sont pas des écritures scientifiques.
 b) Écrire ces expressions en notation scientifique.

- 12** Encadrer les nombres suivants entre deux puissances de 10 consécutives.
- a) Longueur moyenne de l'intestin grêle : 6 m
 - b) Altitude du Mont Everest : 8 848 m
 - c) Altitude du Mont Olympus (sur Mars) : 20 000 m
 - d) Longueur d'un spermatozoïde : 0,000 06 m
 - e) Rayon de l'atome de plomb : 0,000 000 000 18 m



- 13** Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.
- a) 879,63 b) 95 200,15 c) 1,6 d) 10 002 700
 - e) 4 995 f) 618 000 g) 700 000 000
 - h) 8 000 001 i) 0,006 02 j) 0,000 000 019 2
 - k) 0,000 000 000 007 l) 47 500 000

- 14** Donner l'écriture scientifique des longueurs suivantes et en déduire, si nécessaire, un ordre de grandeur à l'aide d'une puissance de 10.
- a) Diamètre d'un globule rouge : 0,000 007 m
 - b) Distance Terre - Lune : 385 000 km
 - c) Distance Terre - Soleil : 150×10^6 km
 - d) Distance Soleil - « 9^e planète » : au moins 30 000 millions de km
 - e) Distance Soleil - Proxima (étoile la plus proche du Soleil) : 40 000 milliards de km



- 15** **DÉFI!**
 Par quel nombre doit-on remplacer le symbole ♥ pour que l'expression $\left(\frac{10^9 \times (10^\heartsuit)^3}{100\ 000\ 000 \times 10^{12}}\right)^2$ soit égale à 10^{14} ?

Utiliser les puissances d'un nombre quelconque

Cherchons

Reproduire et compléter le tableau suivant avec la calculatrice.

5^{\dots}	5^{\dots}	5^{\dots}	5^{\dots}	5^{\dots}	5^{\dots}	5^2	5^3	5^{\dots}	5^{\dots}	5^{\dots}
...	25	125

Diagramme illustrant les opérations : des flèches pointant vers le haut sont étiquetées $\times 5$ (de 5^2 à 5^3 , de 5^3 à 5^{\dots} , de 5^{\dots} à 5^{\dots} , de 5^{\dots} à 5^{\dots}). Des flèches pointant vers le bas sont étiquetées $:5$ (de 5^{\dots} à 5^2 , de 5^2 à 5^3 , de 5^3 à 5^{\dots} , de 5^{\dots} à 5^{\dots} , de 5^{\dots} à 5^{\dots} , de 5^{\dots} à 5^{\dots}).

Cours

5 6

Définition Soit a un nombre non nul et n un nombre entier supérieur ou égal à 2.

- Le produit $\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ se note a^n et se lit « a exposant n ».

- L'écriture a^{-n} désigne l'inverse de a^n .

Exemples

- $7^4 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2\,401$
- $(-6)^4 = (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) = 1\,296$

On dit que 2 401 est la puissance quatrième de 7.

Méthode Calculer avec des puissances d'un même nombre

Énoncé Calculer $4^6 \times 64$ et donner le résultat sous la forme d'une puissance de 4.

Solution

On doit d'abord remarquer que 64 est une puissance de 4.
Ensuite on peut décomposer 4^6 et 64 en produit de facteurs :

$$4^6 \times 64 = 4^6 \times 4^3 = \underbrace{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}_{6 \text{ facteurs}} \times \underbrace{4 \times 4 \times 4}_{3 \text{ facteurs}} = 4^9$$

9 facteurs

Convention Dans une expression sans parenthèses, on calcule d'abord les puissances.

Exemples

- $7 + 3^5 = 7 + 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 7 + 243 = 250$
- $-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$

Exercices d'application

16 Écrire sous la forme d'un nombre décimal.

- a) 11^2 b) 6^3
 c) 6^4 d) 7^5
 e) 2^7 f) 7^2
 g) 100^4 h) 1^{12}

CORRIGÉ

17 Décomposer les expressions suivantes en produit de facteurs puis écrire sous la forme d'une puissance de 4.

- a) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$
 b) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 16$
 c) $4^3 \times 4^5$ d) $4 \times 4^2 \times 4^2$

18 Décomposer les expressions suivantes en produit de facteurs puis écrire sous la forme d'une puissance de 5.

- a) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$ b) $5^4 \times 5^3$
 c) $5^6 \times 5^2 \times 5^3 \times 5$ d) $(5^4)^3$
 e) $5^3 \times 5^3 \times 5^3 \times 5^3 \times 5^3$
 f) $5 + 5 + 5 + 5 + 5$
 g) Aire en cm^2 d'un carré de côté 5 cm
 h) Volume en cm^3 d'un cube de côté 25 cm.

19 Écrire sous la forme d'une puissance de 2.

- a) 8 b) 16 c) 64 d) 512

20 Écrire sous la forme d'une puissance de 3.

- a) 9 b) 81 c) 2 187 d) 1

21 Vrai ou faux ?

- a) $8^5 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8$ b) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 6^4$
 c) 9 est le cube de 3 d) $7^0 = 0$
 e) 2^{10} est le double de 2^5 f) 2^4 est la moitié de 2^5
 g) 5^2 est égal à 2^5 h) 4^2 est égal à 2^4

22 1. Écrire sous la forme d'une seule expression.

- a) le carré de -6 b) l'opposé de 6^2

2. Calculer ces deux expressions.

23  1. Avec la calculatrice, calculer 97^2 et $1,62^2$.

2. a) Le carré d'un nombre négatif est-il positif ou bien négatif ? Justifier.

b) Avec la calculatrice, calculer le carré de -38 et le carré de $-19,05$.

24 Calculer.

- a) -5^2 b) $(-5)^2$ c) $(-5)^4$ d) -5^3
 e) $(-9)^3$ f) -2^8 g) $(-8)^2$ h) 10^{-6}

Exercices d'entraînement

25  À l'aide de la calculatrice, ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant.

- a) 3^5 b) 4^4 c) 5^4 d) 6^3 e) 7^3 f) 8^3 g) 9^3

26 Décomposer les expressions suivantes en produit de facteurs puis donner le résultat sous la forme d'une seule puissance.

- A = $9^3 \times 9^5$ B = $8^4 \times 8 \times 8^2$
 C = $11^6 \times 11^2 \times 121$ D = $(6^3)^4$

27 Calculer en détaillant les étapes.

- a) $1 + 5^3$ b) $(1 + 5)^3$ c) $(2 \times 10)^4$ d) 2×10^4

28 Calculer en détaillant les étapes.

- a) $12^2 - 7$ b) $(12 - 7)^2$ c) $8 - 3^2$ d) $8^3 : 2$

29 Voici la copie d'un élève.

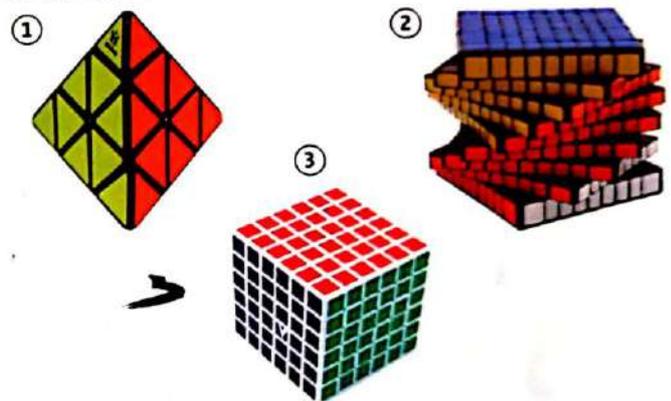
$R = -3^4$	$S = 18 + 2^5$
$R = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$	$S = 20^5$
$R = +81$	$S = 100$

Recopier et corriger sa copie.

30 Décomposer les expressions suivantes en produit de facteurs puis écrire sous la forme d'un cube.

- a) $2^6 \times 5^6$ b) $2^6 \times 5^3$

31 Écrire le nombre d'autocollants de chacun de ces casse-tête sous la forme $2^a \times 3^b$.



32 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction simplifiée.

- a) $\frac{3^4}{5}$ b) $\left(\frac{3}{5}\right)^4$ c) $\frac{60}{2^6}$ d) $\left(\frac{1}{9}\right)^3$

33 Calculer de tête $2^7 \times 5^7$

34 1. En décomposant en produit de facteurs et en regroupant ces facteurs astucieusement, calculer l'expression $25^3 \times 4^3$.

2. Sans utiliser la calculatrice, calculer.

- a) $7,5^3 \times 8^3$ b) $0,2^3 \times 15^3$ c) 64×5^3 d) $5^4 \times 3,14 \times 20^4$

35 **DÉFI!**

- Je suis un nombre entier.
 - Je suis un carré.
 - Je suis un cube.
 - Je suis supérieur à 100 mais inférieur à 1 000.
- On dit qu'il n'y en a pas deux comme moi.
Est-ce exact ?

Exercices sur les notions 5 à 6

Calcul mental

36 Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

a) $10^6 \times 10^2$ b) $\frac{10^6}{10^2}$ c) $10^5 + 10^{-3}$ d) $10^5 - 10^3$

37 Donner l'écriture décimale des nombres suivants.

a) 10×5^3 b) $(10 \times 5)^3$ c) $2^6 \times 10^4$ d) $2^6 + 10^{-4}$

Vocabulaire

38 J'utilise un vocabulaire précis.

lienmini.fr/delta3-003

↳ Exercice interactif

Puissances de 10

39 Encadrer entre deux puissances de 10 consécutives le nombre de secondes qui s'écoulent pendant une année bissextile.

40 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10.

$$A = 8 \times (10^3)^4 \times 1\,250 \times 10^2$$

$$B = (10 \times 10^3)^2 \times 10^6 \times 100\,000\,000$$

$$C = \frac{100^7}{10 \times 10^7} \quad D = \frac{(10^2)^4 \times 10^5 \times 10}{10\,000 \times 10^3 \times 10^4}$$

41 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10.

$$E = 5 \times 10^{-8} \times (10^4)^3 \times 20\,000$$

$$F = (10^{-3})^5 \times 0,000\,000\,001 \times 10^{-6}$$

$$G = \frac{1\,000^3}{10^5 \times 10^7} \quad H = \frac{(10^5)^3}{250 \times 10^8 \times 40} \times 10^{-9}$$

42 1. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

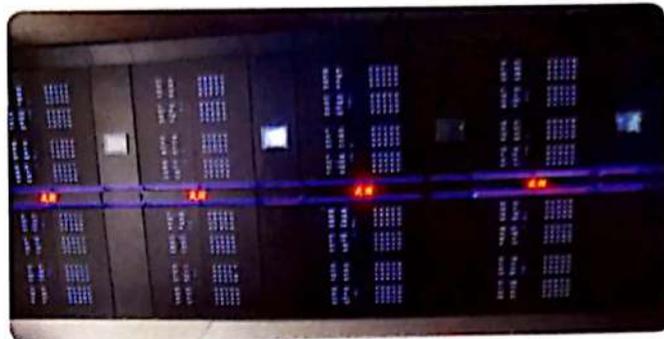
a) $53\,160,02 \times 10^{14}$

b) $290\,030\,001,2 \times 10^7$

c) $9\,180\,000 \times 10^{11}$

2. Donner un ordre de grandeur de chacun de ces nombres.

43 Super calculatrice



Certains ordinateurs, appelés *superordinateurs*, sont capables d'effectuer 10 000 milliards d'opérations en 1 seconde.

Sous la forme d'une puissance de 10, donner un ordre de grandeur du nombre d'opérations que peuvent réaliser de tels ordinateurs pendant la durée du film *Avatar* (2 h 42 min).

44 1. Donner l'écriture scientifique des nombres suivants.

a) $6\,910,70 \times 10^{-15}$

b) $0,000\,074\,7 \times 10^{13}$

c) $0,000\,000\,002\,109 \times 10^{-8}$

d) $800\,350 \times 10^{-6}$

2. Donner un ordre de grandeur de chacun de ces nombres.

45 Le tableau ci-dessous donne les préfixes (et leur symbole) utilisés par le Bureau international des poids et mesures sous la forme d'une puissance de 10.

giga (G)	méga (M)	kilo (k)	hecto (h)	déca (da)
10^9	10^6	10^3	10^2	10^1
déci (d)	centi (c)	milli (m)	micro (μ)	nano (n)
10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Réécrire les phrases suivantes en utilisant les préfixes du tableau.

a) La France a produit environ 350 000 000 t de déchets en 2012.

b) Un disque dur d'une capacité de 2 To (téraoctet) peut contenir 2 000 000 000 000 o (octet) de données.

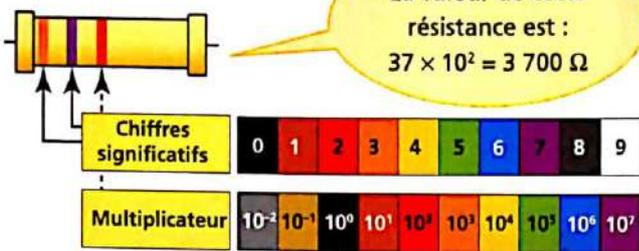
c) Le barrage des Trois-Gorges (en Chine) a produit environ 100 000 000 000 000 Wh d'électricité en 2014.

d) Il faut environ 0,000 06 s à la lumière pour traverser Paris d'est en ouest.

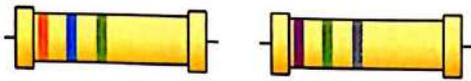
46 Valeur d'une résistance

Une résistance est un composant électronique sur laquelle on peut voir généralement trois anneaux de couleur. Ces anneaux permettent de déterminer la valeur de la résistance en ohm (symbole Ω).

Exemple



1. Déterminer la valeur des deux résistances ci-dessous.



2. Schématiser une résistance de $420\,000 \Omega$ et de 7Ω .

Puissances d'un nombre quelconque

47 1. La différence de 5^4 et 2^4 est-elle égale à 3^4 ? Justifier.

2. L'égalité $32^2 + 63^2 + 79^2 = 23^2 + 36^2 + 97^2$ est-elle vraie? Justifier à l'aide de la calculatrice.

48 Comment peut-on écrire les nombres suivants en utilisant le moins de chiffres possible?

- a) 125 b) 128 c) $\underbrace{1\,000\dots 0}_{125 \text{ zéros}}$ d) $\underbrace{1000\dots 0}_{128 \text{ zéros}}$

49 Vrai ou faux?

- a) $0,9^2$ est supérieur à $0,9$.
 b) $-6^4 = (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6)$
 c) 2^{-5} est un nombre négatif.
 d) $6^3 = 9^2$ e) $3^5 > 15^2$
 f) $1 + 2^3 = 3^3$ g) $(10^4)^3 = (10^3)^4$

50 À l'aide d'une calculatrice, trouver l'intrus.

- a) 2^{12} b) 4^6 c) 8^4 d) 16^3 e) 32^2

51 Avec la calculatrice, trouver le nombre qui complète logiquement la suite ci-dessous.

- a) 2 b) 3 c) 8 d) 63 e) 3 968

52 Avec la calculatrice, déterminer la plus petite puissance de 3 qui est plus grande que 1 milliard.

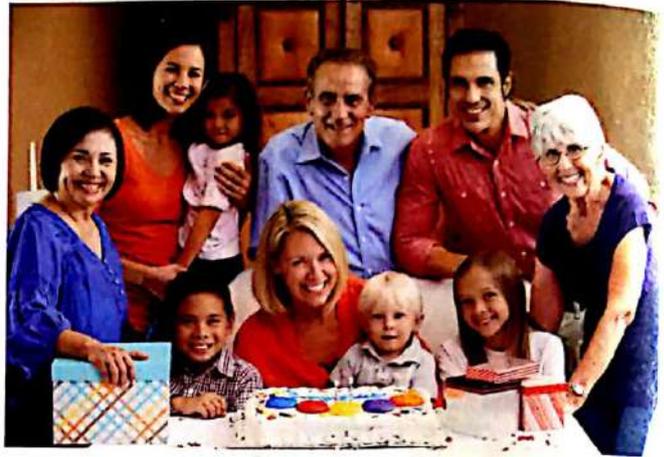
53 1 729 est le plus petit entier qui peut s'écrire de deux manières différentes comme une somme de deux cubes.

Avec la calculatrice, déterminer ces deux sommes

54 Sans utiliser la calculatrice, montrer que :
 a) $81^5 = 9^{10}$ b) $32^{12} = 2^{60}$

55 Lointains ancêtres

Combien d'arrière-arrière-arrière-grands-mères avez-vous?



56 Calculer en détaillant les étapes.
 $A = 18 + 2 \times 6^2$ $B = (18 + 2 \times 6)^2$

57 Calculer en détaillant les étapes.
 $E = 5 \times 10^3 - 2^3$ $F = 5 \times (10^3 - 2^3)$
 $G = 5 \times (10 - 2)^3$ $H = (5 \times 10)^3 - 2^3$

58 Calculer $2^{19} \times 5^{13}$ sans utiliser la calculatrice.
Indication On pourra remarquer que $2^{19} = 2^6 \times 2^{13}$.

59 1. Avec la calculatrice, donner un ordre de grandeur de 2^{10} .

2. En déduire un ordre de grandeur de 2^{40} , de 2^{41} et de 2^{53} .

60 Calculer et donner le résultat sous la forme d'un nombre décimal.

$$I = \frac{10^5}{2^3} \quad J = \frac{12^3}{4^2} \quad K = \frac{3^6}{15^2 - 12^2} \quad L = \frac{10^3 - 5^4}{4^2 + 3^2}$$

61 Recopier en remplaçant les symboles par le nombre qui convient à l'aide d'une calculatrice.

- a) $2^5 + 7^2 = \heartsuit^4$ b) $\spadesuit^2 + 7^3 = 2^9$
 c) $17^3 + 2^* = 71^2$ d) $9^4 = 9^3 + 18^*$

62 Recopier et compléter les pointillés par les exposants qui conviennent à l'aide d'une calculatrice.
 $2\,016 = 2^{\dots} \times 3^{\dots} \times 7^{\dots}$

63 Pour chacun de ces deux tableaux, les produits des nombres situés sur chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale sont-ils égaux ? Justifier sans utiliser la calculatrice.

2^8	$2 \times 2 \times 2$	2^4
2	2^5	8^3
8^2	$2^4 \times 2^3$	4

10^2	10^{-3}	10 000
$10 \times 10 \times 10$	10	$\frac{1}{10^7}$
0,01	10^5	10^0

64 Vrai ou faux ?

- a) $20\ 014,3^2 = 400\ 572\ 204,5$
- b) Le chiffre des unités de $240\ 865^3$ est 7.
- c) On ne peut pas calculer le résultat de $\frac{10^{598}}{10^{46}}$.
- d) $(10^6)^2 + 1 = 10^{12}$

Problèmes

65 **DNB** Dernier chiffre

1. Reproduire et compléter le tableau suivant.

	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7
Chiffre des unités							

- 2. **Chercher** Quel est le chiffre des unités de 2^8 et de 2^9 ?
- 3. Déterminer le chiffre des unités de 2^{2016} .

66 Tout doucement

- 1. Le 1^{er} janvier 2 016, vous gagnez 1 €. Votre salaire va doubler tous les jours. **Chercher** Combien allez-vous gagner le dernier jour de ce mois ?
- 2. Même question en commençant avec 1 € le 1^{er} février 2 016. Comparer avec la réponse précédente.

67 Secret de Polichinelle

Il paraît que... À 9 h, Manuel raconte un secret à quatre personnes. À 10 h, ces quatre personnes l'ont répété chacune à quatre autres personnes, qui, une heure plus tard, ont mis au courant quatre nouvelles personnes. Toute la journée, la diffusion du secret se poursuit de la même manière : dès qu'une personne l'apprend, elle en a informé quatre autres qui ne connaissaient pas le secret au bout d'une heure. **Chercher** À 16 h, combien de personnes au total connaissent le secret ?

68 Une bonne affaire ?

Un collectionneur de jeux anciens a repéré un vieux taquin dans une brocante, qu'il estime à environ 100 €.

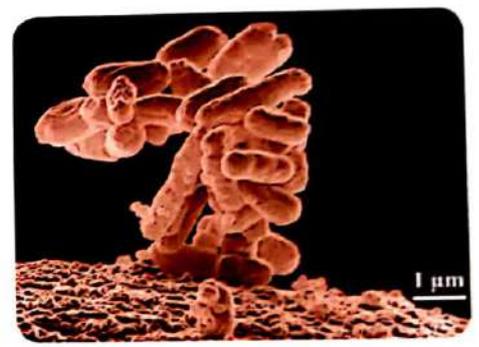
Le vendeur lui propose un marché : « Dépose une pièce de 1 centime sur la première case du jeu, deux pièces de 1 centime sur la deuxième case, quatre sur la troisième, et ainsi de suite, jusqu'à la 15^e case, en doublant le nombre de pièces d'une case à l'autre. »



Le collectionneur accepte la proposition. A-t-il fait une bonne affaire ?

69 Multiplication de bactéries

Cultivée dans un milieu favorable (par exemple en laboratoire), une bactérie *Escherichia coli* se divise en deux toutes les 20 minutes.



- 1. Combien de bactéries obtient-on au bout d'une heure ? au bout de 3 heures ?
- 2. a) Donner un ordre de grandeur du nombre de bactéries qu'on obtient au bout de 7 heures. b) On suppose que les bactéries mesurent chacune 2 μm (voir exercice 45, p. 35). Si on alignait bout à bout toutes les bactéries obtenues au bout de 7 heures, quelle longueur obtiendrait-on ?

CORRIGÉ

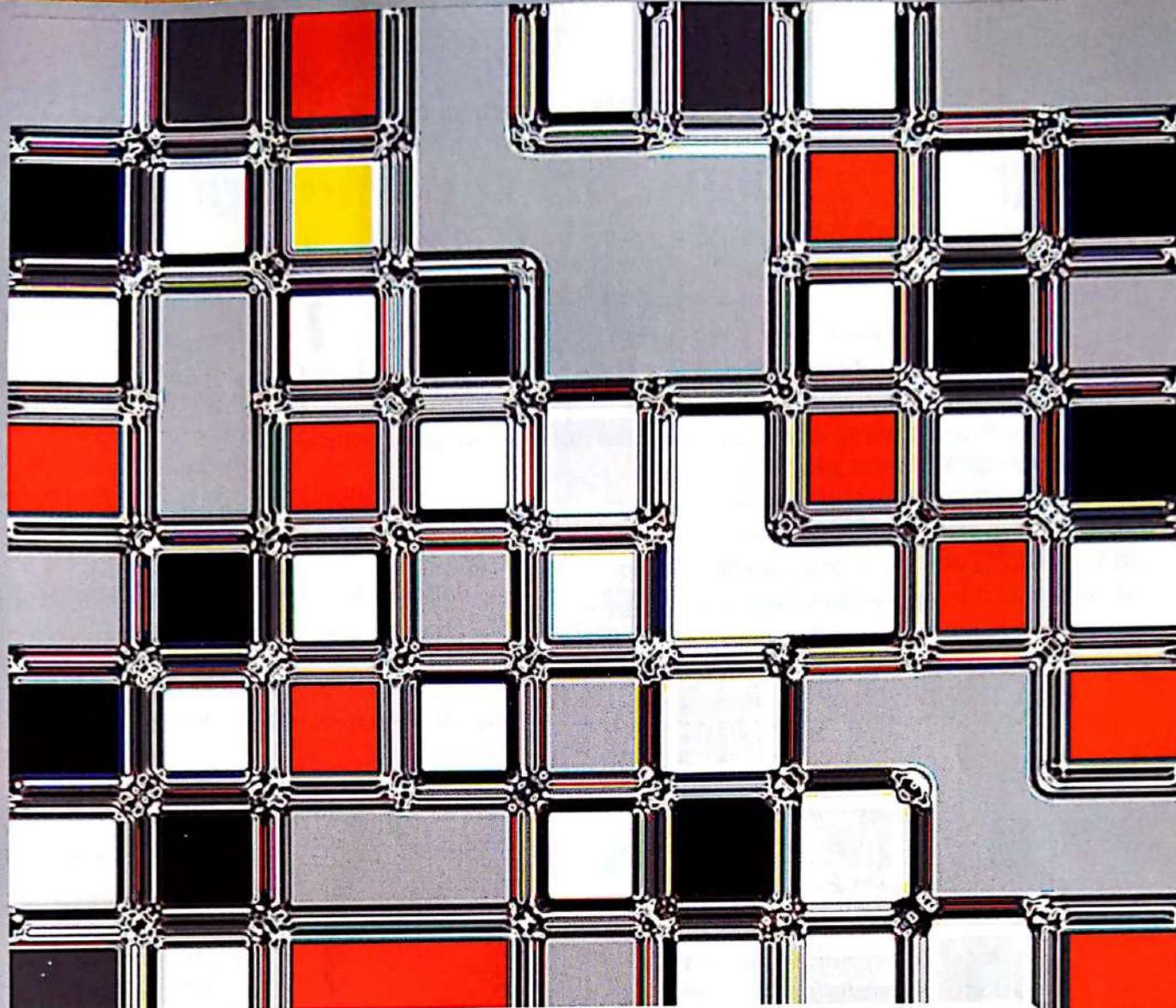
70 Je m'exerce pour le **DNB**

(D'après Métropole, juin 2012)

1. Quelle est l'écriture décimale du nombre $\frac{5^6 - 5^6 + 10^{-7}}{10^{-7}}$?

2. Antoine utilise sa calculatrice pour calculer le nombre suivant : $\frac{5^6 + 10^{-7} - 5^6}{10^{-7}}$

Le résultat affiché est 0. Antoine pense que ce résultat n'est pas exact. A-t-il raison ?



Cette spirale d'Ulam est une représentation artistique montrant 81 nombres premiers. En 2013, le plus grand nombre premier connu comportait 17 millions de chiffres. En 2016, le nouveau possède 22 millions de chiffres. Si on l'imprimait de telle façon que chaque chiffre qui le compose mesure un millimètre de large, l'ensemble aurait une longueur de 22 km !

? De quelle longueur le plus grand nombre premier a-t-il grandi en deux ans ?

Arithmétique

NOTIONS

7	Reconnaitre les multiples ou les diviseurs d'un nombre	42
8	Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers	44
9	Rendre irréductible une fraction	46

Exercices d'application

CORRIGÉ

1 Déterminer tous les diviseurs de :
 a) 50 b) 99 c) 54

2 Déterminer tous les diviseurs de :
 a) 48 b) 72 c) 160

CORRIGÉ

3 Reformuler les affirmations suivantes en utilisant le mot « diviseur ».
 a) 54 est un multiple de 9.
 b) 120 est divisible par 20.
 c) Le reste de la division de 66 par 11 est 0.

4 Reformuler les affirmations suivantes en utilisant le mot « multiple ».
 a) 12 est un diviseur de 72.
 b) 250 est dans la table de 5.
 c) Le reste de la division euclidienne de 187 par 17 est égal à 0.

5 Dire si les affirmations suivantes sont vraies.
 a) 313 est un multiple de 3.
 b) 555 est un multiple de 3.
 c) 414 est un multiple de 4.
 d) 984 est un multiple de 4.

6 Soit la liste des nombres suivants : 123 ; 789 ; 457 ; 335 ; 855 ; 864. Indiquer :
 a) les nombres divisibles par 3.
 b) les nombres divisibles par 9.
 c) les nombres divisibles par 4.

Exercices d'entraînement

7 Cindy possède 84 plumes à calligraphier, qu'elle désire vendre. Elle décide de les répartir en lots tous identiques. Elle veut que chaque lot contienne au moins 5 plumes et au plus 40. Indiquer toutes les possibilités en précisant pour chacune d'elles le nombre de plumes par lot et le nombre de lots.



8 Donner la liste des douze diviseurs de 108 et des quatre diviseurs de 247.

9 a) Déterminer tous les diviseurs de 81.
 b) Combien 81 a-t-il de diviseurs ?
 c) En parlant des diviseurs d'un nombre, Maître Yeri dit : « Toujours par deux ils vont sauf... » Préciser la pensée de Maître Yeri.

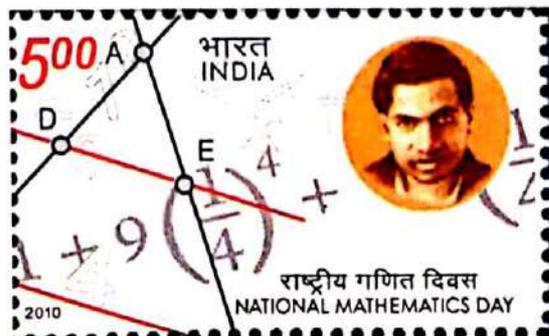
10 On sait que :
 $1\ 815 = 165 \times 11$ et que $374 = 34 \times 11$.
 a) En remarquant que $2\ 189 = 1\ 815 + 374$, indiquer, sans effectuer de division, par quel nombre on doit multiplier 11 pour obtenir 2 189.
 b) En remarquant que $1\ 815 - 374 = 1\ 441$, indiquer, sans effectuer de division, par quel nombre on doit multiplier 11 pour obtenir 1 441.

11 Dans chaque cas indiquer si l'égalité traduit le résultat d'une division euclidienne en précisant de quelle division il s'agit (donner toutes les possibilités).
 a) $372 = 13 \times 28 + 8$
 b) $274 = 15 \times 17 + 16$
 c) $456 = 14 \times 30 + 36$

12 À l'aide d'une division euclidienne que l'on posera, déterminer si :
 a) 468 est divisible par 26.
 b) 38 est un diviseur de 1 748.
 c) 954 est un multiple de 18.

13 Un professeur de français veut répartir ses élèves par groupe pour effectuer un travail de recherche. Par souci d'équité, il veut que tous les groupes contiennent le même nombre d'élèves.
 1. L'effectif de la classe est de 24 élèves. Indiquer toutes les possibilités.
 2. Même question si un élève est absent.

14 **DÉFI!**
 Faustine collectionne les timbres. Quand elle veut ranger sa collection de timbres, si elle les range par 2, par 3, par 4, par 5, par 6 par 7 par 8 par 9 ou par 10, il lui en reste toujours 1. Elle possède moins de 3 000 timbres, combien en a-t-elle ?



Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

Cherchons

- Parmi les nombres compris entre 45 et 55, indiquer :
 - un nombre qui a exactement quatre diviseurs.
 - un nombre qui a exactement deux diviseurs.
 - un nombre qui a un nombre impair de diviseurs.
 - un nombre qui a plus de huit diviseurs.
- Un nombre entier est premier s'il a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.
 - Donner trois nombres qui ne sont pas premiers, puis trois nombres premiers.
 - Écrire 120 comme produit de nombres premiers.

Cours

7 8 9

Définition Un nombre premier est un nombre entier qui admet exactement deux diviseurs 1 et lui-même.

Exemple Les nombres premiers inférieurs à 20 sont : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 et 19.

Propriété Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 peut se décomposer en un produit de facteurs premiers. Cette décomposition est unique.

Exemple $42 = 2 \times 3 \times 7$.

Méthode Décomposer un nombre en produit de facteurs premiers

Énoncé Décomposer 504 en un produit de facteurs premiers.

Solution On cherche le plus petit nombre premier qui divise le nombre 504, on fait la division de 504 par ce nombre premier et si le quotient obtenu est différent de 1, on recommence jusqu'à obtenir pour quotient 1.

$$\begin{array}{r} 504 \quad | \quad 2 \\ 0 \quad | \quad 252 \end{array} \quad \begin{array}{r} 252 \quad | \quad 2 \\ 0 \quad | \quad 126 \end{array} \quad \begin{array}{r} 126 \quad | \quad 2 \\ 0 \quad | \quad 63 \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \quad | \quad 3 \\ 0 \quad | \quad 21 \end{array} \quad \begin{array}{r} 21 \quad | \quad 3 \\ 0 \quad | \quad 7 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \quad | \quad 7 \\ 0 \quad | \quad 1 \end{array}$$

$$504 = 2 \times 252$$

$$252 = 2 \times 126 \quad \text{donc } 504 = 2 \times 2 \times 126$$

$$126 = 2 \times 63 \quad \text{donc } 504 = 2 \times 2 \times 2 \times 63$$

$$63 = 3 \times 21 \quad \text{donc } 504 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 21$$

$$21 = 3 \times 7 \quad \text{donc } 504 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$$

$$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$$

Exercices d'application

15 En utilisant les critères de divisibilité, indiquer pourquoi les nombres suivants ne sont pas des nombres premiers.

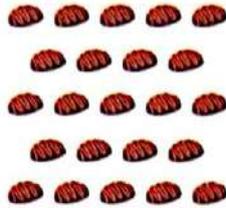
- a) 2 530 b) 1 352 c) 985 d) 15 624 e) 357

16 1. Trouver combien 29 possède de diviseurs. Que peut-on en déduire pour 29 ?
2. Reprendre la question précédente pour 25.

17 Décomposer les nombres suivants en un produit de facteurs premiers.

- a) 12 b) 18 c) 28 d) 50 e) 45

18 Émilie a une boîte de chocolats qui sont rangés comme sur l'illustration ci-contre. Elle souhaite les ranger dans une boîte qui contiendrait le même nombre de chocolats sur chaque ligne et sur chaque colonne. Qu'en pensez-vous ?

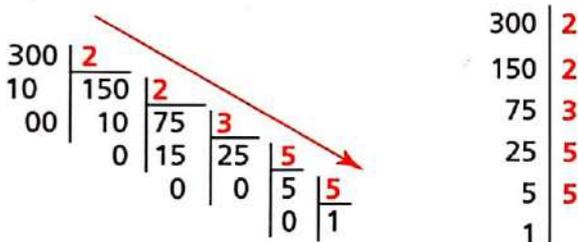


19 Parmi les nombres suivants, indiquer ceux qui sont des nombres premiers.

- a) 35 b) 36 c) 37 d) 38 e) 39

20 À l'aide de votre calculatrice, indiquer, parmi les nombres 537 ; 539 et 541, ceux qui sont des nombres premiers.

21 Pour décomposer 300 en un produit de facteurs premiers, on peut utiliser les dispositions suivantes.



$$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \text{ donc } 300 = 2^2 \times 3 \times 5^2.$$

Décomposer en un produit de facteurs premiers les nombres suivants.

- a) 96 b) 165 c) 168 d) 196

Exercices d'entraînement

22 Écrire les nombres A, B, C, D et E sous forme de produits de facteurs premiers.

$$A = 9 \times 17 \quad B = 4 \times 25 \quad C = 8 \times 9$$

$$D = 4 \times 25 \times 49 \quad E = 8 \times 5 \times 81$$

23 Décomposer en un produit de facteurs premiers les nombres suivants :

- a) 60 b) 61 c) 63 d) 64 e) 66

24 1. Décomposer 10 en produit de facteurs premiers.

2. En remarquant que $100 = 10^2$ et que $1\,000 = 10^3$ déduire une décomposition de 100 et de 1 000 en produits de facteurs premiers.

3. a) Quelle est la décomposition en produit de facteurs premiers de 10^6 ?

b) Soit n un nombre entier positif, quelle est la décomposition en un produit de facteurs premiers de 10^n ?

25 Soit $m = 3 \times 5^3$.

1. On considère les multiples de m suivants.

$$a = 3^2 \times 5^4 \times 7 ; \quad b = 3 \times 5^3 \times 11 \text{ et } c = 3^3 \times 5^3 \times 11^3.$$

Par quel nombre doit on multiplier m pour obtenir a ? pour obtenir b ? pour obtenir c ?

2. $d = 3^4 \times 5^2$ est-il un multiple de m ? Justifier.

26 Le but de l'exercice est de trouver tous les nombres premiers inférieurs à 100. Pour cela on va utiliser le *crible d'Ératosthène*.

Ératosthène (276 av. J.-C. - 194 av. J.-C.) est un astronome, géographe et mathématicien, nommé à la tête de la bibliothèque d'Alexandrie, il est resté célèbre pour son crible et pour avoir le premier évalué la circonférence terrestre.

1. On écrit les nombres de 1 à 100 puis on raye tous les nombres qui ne sont pas des nombres premiers. On commence par rayer 1, on ne raye pas 2 qui est le plus petit nombre premier mais on raye tous les multiples de 2 (partiellement rayés sur le tableau ci-dessous).

Recopier le tableau et le compléter au fur et à mesure.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2. On garde ensuite 3 puis on raye tous ses multiples.

3. Le nombre 4 a déjà été rayé ainsi que ses multiples. Pourquoi ?

4. a) On garde 5 puis on raye tous ses multiples. Quel est le premier multiple de 5 qui n'a pas déjà été rayé ?

b) Pourquoi 6 et ses multiples sont-ils déjà rayés ?

c) Quel est le premier multiple de 7 à rayer ?

5. Donner la liste des 25 nombres premiers inférieurs à 100.

27 DÉFI!

Quel est le plus grand nombre premier inférieur à 1 000 et quel est le plus petit nombre premier supérieur à 1 000 ?

Cherchons

Simplifier au maximum les fractions $A = \frac{12}{30}$ et $B = \frac{2^3 \times 3^6 \times 7}{2^4 \times 3^4}$

Cours

7 8 9

Définition Une fraction $\frac{a}{b}$ est irréductible si les nombres entiers a et b n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Exemple $\frac{3}{7}$ est irréductible

$\frac{30}{70}$ n'est pas une fraction irréductible car 10 divise 30 et 70, la fraction irréductible égale à $\frac{30}{70}$ est $\frac{3}{7}$

Méthode Rendre une fraction irréductible

Pour rendre une fraction irréductible, on décompose son numérateur et son dénominateur en un produit de facteurs premiers puis on simplifie cette fraction par tous les facteurs communs.

Remarque On peut aussi utiliser les critères de divisibilité pour simplifier une fraction.

Énoncé Rendre irréductible la fraction $\frac{204}{72}$.

Solution

- On décompose 204 et 72 en produits de facteurs premiers.

$$\begin{array}{r|l} 204 & 2 \\ 102 & 2 \\ 51 & 3 \\ 17 & 17 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$204 = 2 \times 2 \times 3 \times 17$$

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$\bullet \frac{204}{72} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 17}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{17}{2 \times 3} = \frac{17}{6}$$

Exercices d'application

28 En utilisant les critères de divisibilité, indiquer pourquoi les fractions suivantes ne sont pas irréductibles.

a) $\frac{55}{65}$ b) $\frac{112}{114}$ c) $\frac{456}{123}$ d) $\frac{77}{88}$

CORRIGÉ

29 En détaillant les étapes, simplifier les fractions suivantes pour les rendre irréductibles.

a) $\frac{5^3 \times 7^2 \times 11^3}{5^2 \times 7^3 \times 11^4}$ b) $\frac{3^3 \times 5^2 \times 7}{3^5 \times 5^2 \times 7^2}$

30 En détaillant les étapes, simplifier les fractions suivantes pour les rendre irréductibles.

a) $\frac{2^5 \times 3^4 \times 13^3}{2^6 \times 3^5 \times 13^2}$
b) $\frac{2 \times 5^2 \times 7^4}{3^2 \times 5^2 \times 7^2}$

31 Vrai ou faux ?

a) $\frac{4+3}{5+3} = \frac{4}{5}$ b) $\frac{4^2}{5^2} = \frac{4}{5}$ c) $\frac{6 \times 8}{3^2 \times 4^2} = \frac{1}{3}$

32 Pour chacune des fractions suivantes décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers puis rendre les fractions irréductibles.

a) $\frac{138}{105}$ b) $\frac{144}{216}$ c) $\frac{192}{288}$

33 On donne $a = 2^2 \times 5 \times 7$, $b = 2 \times 3 \times 11$ et $c = 11 \times 13$.

- La fraction $\frac{a}{b}$ est-elle irréductible ?
- Même question pour les fractions $\frac{a}{c}$ et $\frac{b}{c}$.

34 Décomposer le numérateur et le dénominateur de chaque fraction en produits de facteurs premiers puis la rendre irréductible.

1. $A = \frac{245}{216}$ $B = \frac{48}{175}$ $C = A \times B$

2. $D = \frac{120}{450}$ $E = \frac{1\,925}{3\,185}$ $F = D \times E$

35 1. Rendre irréductible la fraction $\frac{504}{1\,050}$.

2. Calculer $\frac{504}{1\,050} - \frac{7}{25}$ puis simplifier le résultat obtenu.

36 1. Rendre irréductible la fraction $\frac{2\,604}{1\,428}$.

2. Montrer que $\frac{2\,604}{1\,428} + \frac{3}{17}$ est un nombre entier.

Exercices d'entraînement

37 1. Rendre irréductible la fraction $\frac{480}{840}$.

2. En utilisant le résultat de la question précédente trouver x tel que $\frac{480}{840} = \frac{x}{35}$.

38 On donne $A = \frac{25 \times 27}{72 \times 75}$

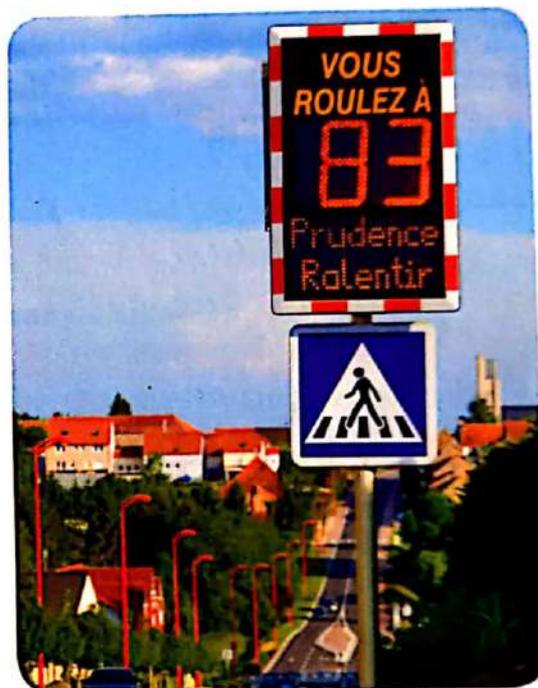
- Décomposer en un produit de facteurs premiers le numérateur et le dénominateur de A .
- Écrire la fraction irréductible égale à A et en déduire son écriture décimale.

39 Dans le village de *Solidarity*, 1 520 personnes ont fait un don de charité parmi les 1 710 habitants, tandis que dans le village de *Solidaritat*, 1 840 personnes ont fait un don parmi les 2 070 habitants.



- Pour chacun des villages exprimer la proportion des personnes qui ont effectué un don parmi la population du village.
- Rendre irréductibles les fractions obtenues à la question précédente.
- Que peut-on conclure pour la générosité des habitants de ces deux villages ?

- 40** 1. Lors d'un contrôle de vitesse en agglomération, les gendarmes ont contrôlé 5 346 véhicules et parmi eux, 1 782 étaient en infraction. Quelle proportion des véhicules contrôlés était en infraction ? Rendre irréductible la fraction qui correspond à cette proportion.
2. Hors agglomération, parmi 1 400 véhicules contrôlés, 480 étaient en infraction. Quelle fraction irréductible représente cette proportion ?



3. Écrire les deux fractions irréductibles avec le même dénominateur et indiquer où les gens respectaient le mieux la limitation de vitesse.

41 1. Écrire sous forme d'une fraction irréductible le nombre $\frac{756}{1\,344}$.

2. Trouver deux nombres x tels que $x^2 = \frac{756}{1\,344}$.

42 DÉFI!

On considère la liste des nombres suivants. 8 9 10 11 et 12. Écrire toutes les fractions irréductibles dont le numérateur et le dénominateur sont un des nombres de la liste ci-dessus.

Calcul mental

- 43** Donner le reste de la division euclidienne de :
- a) 43 par 8 b) 30 par 7 c) 103 par 9
 d) 33 par 17 e) 421 par 4 f) 77 par 6

- 44** Rendre les fractions suivantes irréductibles.
- a) $\frac{35}{25}$ b) $\frac{32}{24}$ c) $\frac{18}{40}$ d) $\frac{36}{42}$ e) $\frac{50}{75}$

- 45** Rendre les fractions suivantes irréductibles.
- a) $\frac{35}{14}$ b) $\frac{24}{30}$ c) $\frac{81}{18}$ d) $\frac{56}{42}$ e) $\frac{21}{12}$

- 46** Dans une division euclidienne le diviseur est 17 et le reste est égal à 13.
- Si l'on augmente le dividende de 2, que deviennent le quotient et le reste ?
 - Si l'on augmente le dividende de 4, que deviennent le quotient et le reste ?
 - Si l'on augmente le dividende de 6, que deviennent le quotient et le reste ?

Vocabulaire

- 47** J'utilise un vocabulaire précis.

lienmini.fr/delta3-007

Exercice interactif

Multiples et diviseurs

- 48** Trouver tous les multiples de 13 compris entre 1 980 et 2 080.

- 49** 1. Donner la liste des diviseurs de 154 puis la liste des diviseurs de 182.
2. Dans un centre aéré, on veut répartir la totalité des 154 garçons et des 182 filles dans des groupes tous de même composition (c'est-à-dire que tous les groupes compteront le même nombre de garçons ainsi que le même nombre de filles).
- Est-il possible de réaliser 2 groupes ?
 - Est-il possible de réaliser 11 groupes ?
 - Combien de groupes peut-on réaliser ?
- Donner toutes les possibilités.

- 50** 1. Traduire par une écriture littérale « un nombre est un multiple de 6 ».
2. Prouver que si un nombre est un multiple de 6, alors il est forcément un multiple de 2 et de 3.

- 51** On veut construire un escalier dont les marches sont toutes de même hauteur. Cette hauteur doit être un nombre entier de centimètres compris entre 14 cm et 19 cm.



Donner toutes les hauteurs de marche possible pour un escalier :

- a) de hauteur 272 cm b) de hauteur 256 cm

52 Le nombre caché **DNB**

(D'après Brevet 2008, Centres Étrangers)

Je suis un nombre entier compris entre 100 et 400. Je suis pair. Je suis divisible par 11. J'ai aussi 3 et 5 comme diviseurs. Qui suis-je ?

53 **DNB**

- Donner la liste des diviseurs de 12 et ceux de 18.
- Dans un rectangle de 12 cm sur 18 cm on souhaite partager ce rectangle en carrés dont les côtés mesurent un nombre entier de cm. Donner toutes les possibilités. Pour chacune d'elles, tracer la figure correspondante.

54 Pair ou impair

- Si n est un nombre entier,
 - que désigne $2n$? b) que désigne $2n + 1$?
- Développer le produit $(2n + 1)(2n + 1)$.
 - En déduire que le carré d'un nombre impair est toujours impair.
- Que peut-on penser du carré d'un nombre pair ?
 - Formuler une propriété concernant le carré d'un nombre entier qui résume les deux résultats précédents.

55 Nombres parfaits

Un nombre entier est un nombre parfait quand il est égal à la somme de ses diviseurs excepté lui-même.

Par exemple, les diviseurs de 6 sont 1 ; 2 ; 3 et 6 = 1 + 2 + 3 donc 6 est un nombre parfait. Parmi les nombres suivants indiquer ceux qui sont des nombres parfaits : 28 ; 32 ; 496.

56 Calculer et donner chaque résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{2}{3} - \frac{12}{21} \times \frac{7}{8}$$

$$B = \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{3}}{\frac{7}{3} - 2}$$

Problèmes

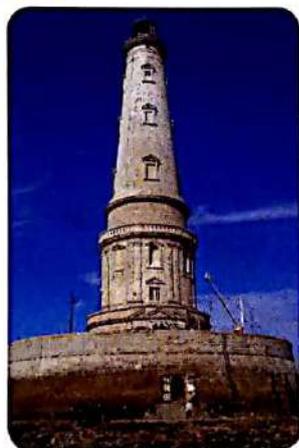
57 Le phare de Cordouan

Pour atteindre la salle de la lanterne du phare de Cordouan, le gardien dit qu'il y a entre 310 et 320 marches.

1. **Chercher** Arthur monte les marches trois par trois. Au bout d'un moment, il a fait un nombre premier d'enjambées et il ne lui reste que 2 marches à monter.

Quel est le nombre de marches de l'escalier qui amène à la lanterne ?

2. Arthur redescend ensuite les marches quatre par quatre. Combien d'enjambées fera-t-il lors de cette descente et combien de marches descendra-t-il pour sa dernière enjambée ?



CORRIGÉ

58 Je m'exerce pour le DNB

Pour ranger les cubes de son petit frère, le père de Lucie a construit une boîte en forme de parallélépipède, de dimensions intérieures 24 cm, 64 cm et 32 cm. Une fois rangés, les cubes occupent tout l'espace intérieur de la boîte.

1. **Raisonner** Que peut-on dire de l'arête d'un cube, sachant qu'elle mesure un nombre entier de cm ?

2. Quelles sont les dimensions possibles des cubes ? Pour chacune d'elles, indiquer le nombre total de cubes dans la boîte.

59 Lumineux

Au Sud Finistère se trouvent trois phares remarquables.

Ar Men, qui émet un éclat lumineux toutes les 20 s, le phare de la Veille à la pointe du Raz qui émet un éclat toutes les 12 s et le phare de l'île de Sein qui émet un éclat toutes les 25 s.

Les trois phares émettent un éclat lumineux au même moment.

Calculer Au bout de combien de temps ce phénomène aura-t-il à nouveau lieu ?

60 La clé de Luhn

En France, le numéro des cartes bancaires est composé de 16 chiffres du type : ABCD EFGH IJKL MNOP.

Le chiffre P est une clé de contrôle appelé clé de Luhn.

Modéliser Voici la manière de calculer cette clé :

- Si A est égal à 9, on ne fait rien. Sinon on calcule le reste de la division euclidienne de $2 \times A$ par 9. On remplace A par ce résultat.
- On recommence avec C, E, G, I, K, M et O.
- On calcule le reste de la division euclidienne de $A + B + C + D + E + F + G + H + I + J + K + L + M + N + O$ par 10 (on le note r).
- P est égal à $10 - r$.

1. Donner la clé d'une carte bancaire dont les 15 premiers chiffres seraient : 4970 4223 3169 437.

2. Dans un tableur la fonction MOD (nombre ; diviseur) renvoie le reste de la division euclidienne du nombre par le diviseur

Exemple =MOD(31;6) renvoie 1.

a) Que renvoie :

- =MOD(365;7) ?
- =MOD(391;17) ?

b) À l'aide d'un tableur, créer une feuille de calcul qui permet de calculer la clé de Luhn.

c) Vérifier que le programme fonctionne bien en retrouvant le résultat de la question précédente.

d) 4975 4309 6927 3122 est-il un numéro possible pour une carte bancaire ?

61 Problème ouvert

Calculer Trouver deux nombres qui sont des multiples de 13 et dont le produit vaut $4\ 056$. Donner toutes les possibilités.

62 L'or des pirates

- Écrire tous les diviseurs de 84.
- Chercher** Trois pirates se partagent un trésor constitué de lingots d'or.
 - Le premier prend un certain nombre de lingots.
 - Le deuxième prend un lingot de plus que le premier.
 - Le troisième a autant de lingots que les deux premiers ensemble.
 Le produit du nombre de lingots de chacun des pirates est égal à 84.
 Combien chaque pirate a-t-il pris de lingots ?

63 Nombre de diviseurs

- Vérifier que $144 = 2^4 \times 3^2$.
- Calculer** Indiquer les diviseurs de 144 parmi les nombres suivants : 2^0 ; 2^2 ; 2^5 ; $2^3 \times 3$; 3^2 .
- Comment doit-on choisir les entiers naturels m et n pour que $2^m \times 3^n$ soit un diviseur de 144 ?
- Le plus petit diviseur de 144 peut s'écrire $2^0 \times 3^0$ et le plus grand peut s'écrire $2^4 \times 3^2$ mais combien de diviseurs possède 144 ?

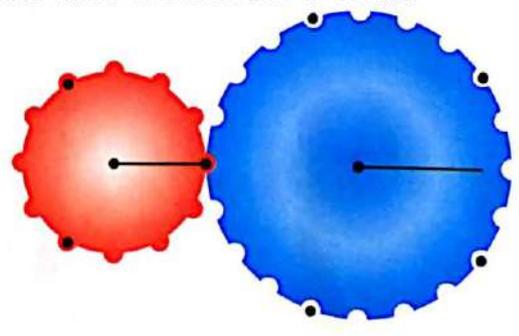
64 100 lampes

On dispose de 100 lampes numérotées de 1 à 100, commandées par un interrupteur. Au début de l'expérience, elles sont toutes éteintes. À la première étape, on agit sur tous les interrupteurs allumant ainsi toutes les lampes. À la deuxième étape on n'agit que sur les interrupteurs dont le numéro est un multiple de 2, éteignant ainsi une partie des lampes. À la troisième étape on n'agit que sur les interrupteurs dont le numéro est un multiple de 3, On rallume ainsi une partie des lampes...

Raisonner Après la 100^e étape, quelles seront les lampes allumées ? Une recherche sur tableur est permise.

65 Engrenage

Dans un engrenage, une petite roue à 12 dents, appelée « pignon », représentée en rouge, entraîne une roue bleue à 20 dents.



Lors de la rotation, quand une dent (rouge) est en contact avec une gorge (bleue) on les marque et on obtient alors le schéma précédent. Les 3 dents rouges entrent en contact avec les 5 gorges bleues (celles marquées) et les autres dents ne rencontrent pas les autres gorges. À la longue, on constatera sur un tel engrenage des problèmes d'usure, de bruit et de casse.

- a) Par quel nombre doit-on simplifier la fraction $\frac{12}{20}$ pour obtenir $\frac{3}{5}$?
 b) **Modéliser** Pour avoir une usure régulière il faudrait que chaque dent d'une roue puisse atteindre chaque gorge de l'autre roue. Cela se réalisera si 1 est le seul diviseur commun aux deux nombres.
 Comment sera alors la fraction

$$\frac{\text{nombre de dents de la roue rouge}}{\text{nombre de dents de la roue bleue}} ?$$

- Voici les rapports de boite de vitesse de la Renault 5 Turbo.

	Rapport	Valeur approchée au millième
1 ^e vitesse	$\frac{11}{37}$	$\frac{11}{37} \approx 0,297$
2 ^e vitesse	$\frac{17}{35}$	
3 ^e vitesse	$\frac{21}{29}$	
4 ^e vitesse	$\frac{35}{37}$	
5 ^e vitesse	$\frac{38}{33}$	
Marche arrière	$\frac{11}{35}$	

- Les roues dentées ont-elles été bien choisies ?
- Recopier le tableau puis calculer des valeurs approchées de chacun des rapports. À votre avis, que signifient les phrases suivantes ?
 - La marche arrière tire plus court que la première vitesse.
 - La 5^e est surmultipliée.



Dans une réunion, chaque personne serre la main d'une autre personne. Les mathématiciens ont prouvé que si le groupe contient n personnes alors le nombre de poignées de mains échangées est égal à $\frac{n \times (n - 1)}{2}$.

? Combien de poignées de mains sont échangées sur cette photographie ?

SÉQUENCE

Calcul littéral

NOTIONS

10 Développer et réduire une expression	56
11 Utiliser les identités remarquables	58
12 Factoriser une expression.....	60

Exercices d'application

CORRIGÉ

1 On considère les expressions suivantes.

$A = 9(x + 10)$ et $B = -6(x - 11y)$

- Développer A en distribuant 9.
- Développer B en distribuant -6.

2 On considère les expressions suivantes.

$C = 4(x - 5)$ et $D = -3(x + 7)$

- Développer C en distribuant 4.
- Développer D en distribuant -3.

3 Développer puis réduire.

- a) $3(5 + x)$ b) $7(x - 8)$
 c) $10(y + 9)$ d) $x(6 - x)$

4 Développer puis réduire.

- a) $10(4 + 3x)$ b) $x(17 - 2x)$
 c) $8(1,5 + x + 6y)$ d) $(x - y) \times 5$

5 Vrai ou faux ?

- a) $y(2x + 13y) = 13y^2 + 2xy$
 b) $(y - 3) \times y = y^2 - 3y$
 c) $5(4 \times z) = 20 \times 5z$
 d) $t(8 - 7) = t$

6 Top chrono

1. Pour calculer rapidement 25×99 , Sam écrit :

$$25 \times 99 = 25(100 - 1)$$

Continuer son calcul.

2. De la même façon, calculer.

- a) 13×104 b) 48×12 c) 15×97

7 Développer puis réduire.

- a) $-6(5x - 4)$ b) $-x(10 - 2y)$
 b) $8y(-3 + 0,5x)$ d) $-9y(x - 11y)$

8 Réduire.

$A = 3x - 4x^2 + 7x$
 $B = 9x^2 + 8 - 6x^2 - 10$
 $C = 13 + 8x - 7 - x$
 $D = x^2 - 3x + 2x - 5x^2$

9 Réduire.

$A = 6x^2 + 9x + 3x^2 - 6 - 2x$
 $B = 11x + 7x - 6x^2 - 2x - 4x^2$
 $C = 8x + 5 - 2x^2 - 7x - 15 + 8x^2$
 $D = 6x^2 + 3x + 12x - 9 - 10x^2 + x - 4$

10 1. Recopier et compléter.

$(7 + x)(y + 3) = 7 \times \dots + 7 \times \dots + x \times \dots + x \times \dots$

2. Développer.

- a) $(2 + x)(5 + y)$ b) $(y + 8)(x + 10)$
 c) $(x + 8)(1,5 + x)$ d) $(y + 6)(y + 9)$

11 Développer puis réduire.

- a) $(2 + x)(15 - y)$ b) $(7 + y)(y - 4)$;
 c) $(z - 25)(x + z)$ d) $(t - 3)(t - 13)$

Exercices d'entraînement

12 Développer puis réduire.

$A = x(x + 3) + 7$ $B = 4y(2 - 8y) - 5y$
 $C = x + 6(x - 11)$ $D = (x + 6)(x - 11)$

13 Vrai ou faux ?

- a) $25 - 5x = 20x$
 b) $(y + 4) \times (y - 6) = y^2 - 2y - 24$
 c) $(y + 4) + (y - 6) = y^2 - 2$
 d) $8z - (9z - 1) = 1 - z$

14 Écrire sans parenthèses et réduire.

$E = 15x - (-8 + 3x) - 1$ $F = 15x - (-8 + 3x - 1)$
 $G = 15x + (-8 + 3x - 1)$ $H = 15x \times (-8 + 3x) - 1$

15 Développer et réduire.

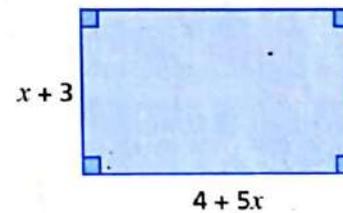
$I = (x + 5)(10 + 7x)$ $J = (4x + 2)(x - 12)$
 $K = (5 - 9x)(2x + 8)$ $L = (9 - 3y)(6 - 5y)$

16 Recopier et compléter les égalités suivantes.

- a) $3(x + \dots) = 3x + 6$ b) $5(\dots - 3x) = 10 - \dots$
 c) $\dots(5x - 3) = 15x - 9$ d) $-4(\dots + 12) = -12x - \dots$

17 Soit x un nombre positif.

L'unité de longueur est le centimètre.



- Exprimer l'aire du rectangle ci-dessus en fonction de x .
- Développer l'expression obtenue.
- Calculer l'aire de ce rectangle de deux manières différentes lorsque :

- a) $x = 0$ b) $x = 7$

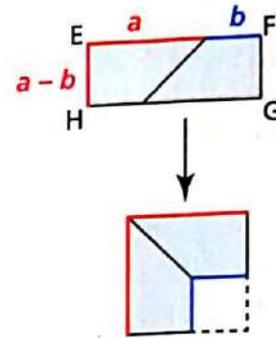
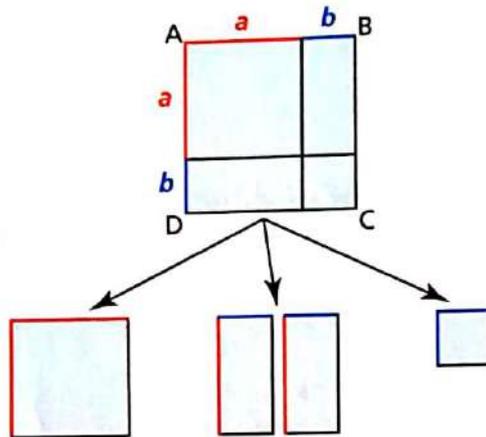
18 DÉFI!

Trouver le maximum d'expressions qui, une fois développées, sont égales à $24y^2 - 18xy$.

Cherchons

À l'aide des illustrations suivantes, exprimer :

- l'aire du carré ABCD sous la forme d'un produit et sous la forme d'une somme de trois termes.
- l'aire du rectangle EFGH sous la forme d'un produit et sous la forme d'une différence de deux termes.



Cours

10 11 12

Les trois identités remarquables

Propriétés

Pour tout nombre relatif a et b , on a :

① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Le terme $2ab$ est appelé « le double produit ».

Exemples

• $(a + 3)^2 = a^2 + 2 \times a \times 3 + 3^2 = a^2 + 6a + 9$

• $(a - 3)^2 = a^2 - 2 \times a \times 3 + 3^2 = a^2 - 6a + 9$

• $(a + 3)(a - 3) = a^2 - 3^2 = a^2 - 9$

Exercices d'application

CORRIGÉ

19 1. Recopier et compléter.

$(x + 5)^2 = \dots^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 = \dots$

2. Développer en utilisant les identités remarquables.

A = $(x + 6)^2$

B = $(x + 4)^2$

20 1. Recopier et compléter.

$(x - 5)^2 = \dots^2 - 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 = \dots$

2. Développer en utilisant les identités remarquables.

A = $(x - 7)^2$

B = $(y - 8)^2$

CORRIGÉ

21 1. Recopier et compléter.

$(x + 5)(x - 5) = \dots^2 - \dots^2 = \dots$

2. Développer en utilisant les identités remarquables.

A = $(x + 9)(x - 9)$

B = $(12 + y)(12 - y)$

22 Développer en utilisant les identités remarquables.

A = $(x + 7)^2$

B = $(y + 8)(y - 8)$

C = $(20 - z)^2$

D = $(1 - t)(1 + t)$

23 1. Recopier et compléter mentalement.

$31^2 = (30 + \dots)^2 = \dots^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 = \dots$

2. Calculer mentalement.

a) 41^2

b) 39^2

c) 57^2

d) 82^2

24 1. Recopier puis compléter.

$31 \times 29 = (30 + \dots) \times (30 - \dots) = \dots^2 - \dots^2 = \dots$

2. Calculer mentalement.

- a) 49×51 b) 103×97

25 Réduire les expressions suivantes.

Exemple $(3x)^2 = 3x \times 3x = 9x^2$

- a) $(5x)^2$ b) $(6y)^2$ c) $(12y)^2$ d) $(10x)^2$

26 Oncle Dick dit toujours : « Un dessin c'est mieux qu'un long discours. »

Pour illustrer l'identité remarquable qui concerne le carré d'une somme, il dessine

$$(\square + \bigcirc)^2 = \square^2 + 2 \times \square \times \bigcirc + \bigcirc^2$$

Et rajoute : « Mets ce que tu veux dans le premier \square et ce que tu veux dans le premier \bigcirc et ensuite tu remplis "les boîtes" de la même façon ! »

$$(3a + 5)^2 = 3a^2 + 2 \times 3a \times 5 + 5^2$$

- Développer $(5a + 7)^2$ avec ce procédé.
- À la manière de l'oncle Dick, recopier et compléter.

a) $(\square - \bigcirc)^2 = \dots$

b) $(\square + \bigcirc) \times (\square - \bigcirc) = \dots$

- En utilisant la question précédente, développer $(3a - 4)^2$ puis $(7a + 3)(7a - 3)$.

27 Kevin et Anaïs discutent.

$(2a + 3)^2 = 4a^2 + 9$

Mais non, pas du tout !



Qui a raison ? Justifier.

28 1. Recopier et compléter.

$(7x + 3)^2 = \dots^2 + 2 \times \dots \times \dots + \dots^2 = \dots$

2. Développer en utilisant les identités remarquables.

A = $(3x + 5)^2$

B = $(6 + 4x)^2$

C = $(8y - 3)^2$

D = $(10 - 7y)^2$

29 Développer en utilisant les identités remarquables.

E = $(5y + 6)(5y - 6)$

F = $(12 + 8x)(12 - 8x)$

G = $(y + 9x)(y - 9x)$

H = $(1 - 6x)(1 + 6x)$

30 Développer en utilisant les identités remarquables.

I = $(7x - 4y)^2$

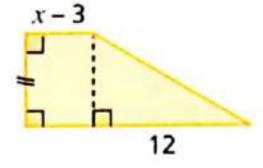
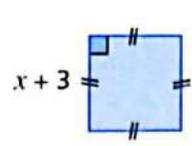
J = $(-5 + 3y)(-5 - 3y)$

K = $(-9x - y)(-9x + y)$

L = $(-6y + 11x)^2$

Exercices d'entraînement

31 Soit x un nombre strictement supérieur à 3.



1. Calculer l'aire de ces deux figures lorsque :

- a) $x = 7$ b) $x = 8$ c) $x = 9$

Quelle conjecture peut-on énoncer ?

2. En utilisant les identités remarquables, montrer que ces deux figures ont la même aire quel que soit le nombre x choisi.

32 Recopier et compléter.

a) $(5x + \dots)^2 = 25x^2 + 20x + \dots$

b) $(8x + \dots)^2 = \dots + 48x + \dots$

c) $(\dots + \dots)(\dots - \dots) = 36z^2 - 25$

33 Vrai ou faux ?

a) $(7 + 3x)^2 = 7^2 + 2 \times 7 \times 3x + 3x^2$

b) $(4y - 9)^2 = (4y)^2 + 9^2 - 2 \times 4y \times 9$

c) $(a - 3b)(a + 3b) = 2a^2 - 6b$

d) $(t + 2)(t - 5) = t^2 - 2 \times 5$

34 1. Soit $E = (x + 1)(x - 1) - (x + 2)(x - 2)$.

Développer et réduire E.

2. En déduire $126 \times 124 - 127 \times 123$.

35 1. Traduire sous la forme d'une expression :

a) la somme du carré de x et de 6.

b) le carré de la somme de x et de 6.

c) le carré de la différence de x et de 6.

d) la différence du carré de x et de 6.

2. Parmi ces quatre expressions, lesquelles peut-on développer en utilisant l'une des trois identités remarquables ?

36 DÉFI!

Développer en utilisant les identités remarquables.

$X = \left(\frac{1}{3} + \frac{5}{6}a\right)^2$

$Y = (10^3b - 1)^2$

$Z = (c + \sqrt{7})(c - \sqrt{7})$

Cherchons

1. Recopier les expressions qui sont des produits.

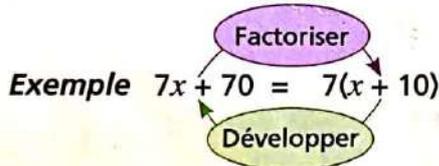
$x^2 - 9$ $(x - 9)^2$ $x(x - 9)$ $3x - 3 \times 9$
 $(x - 3)^2$ $x^2 - 2 \times x \times 9 + 9^2$ $3(x - 9)$
 $x^2 - 9x$ $x^2 - 3x + 9$ $(x + 3)(x - 3)$

2. Trouver les expressions qui sont égales.

Cours

10 11 12

Définition Factoriser une somme ou une **différence** signifie transformer l'écriture de cette expression en un produit.



Méthode Factoriser une expression

Énoncé Factoriser les expressions $A = 18x - 9y^2$ et $B = x^2 - 9y^2$.

Solution

• Pour factoriser A, on cherche un facteur commun.

$$A = 18x - 9y^2$$

$$A = 9 \times 2x - 9 \times y^2$$

$$A = 9(2x - y^2)$$

On reconnaît deux multiples de 9.

• Pour factoriser B, il n'y a pas de facteur commun mais on reconnaît la différence de deux carrés, donc on utilise une identité remarquable.

$$B = x^2 - 9y^2$$

$$B = x^2 - (3y)^2$$

$$B = (x + 3y)(x - 3y)$$

On reconnaît une expression de la forme « $a^2 - b^2$ ».

Exercices d'application

37 Recopier et compléter.

a) $A = 5a + 50$

$A = 5a + 5 \times \dots$

$A = 5(a + \dots)$

b) $B = 22b - 2a$

$B = 2 \times \dots - 2 \times \dots$

$B = 2(\dots - \dots)$

CORRIGÉ

38 On considère les expressions suivantes.

$C = 5x + 5 \times 10$

$D = 11y \times 2 - 2x$

1. Recopier C et D en faisant apparaître toutes les multiplications.

2. Pour chacune de ces expressions, entourer un facteur commun puis factoriser.

39 Top chrono

- a) Factoriser l'expression $46 \times 45 + 45 \times 54$.
b) En déduire comment calculer mentalement cette expression.
- Calculer de tête.
a) $34 \times 17 + 34 \times 3$ b) $9,6 \times 69 - 59 \times 9,6$

40 1. Recopier, entourer un facteur commun puis factoriser.

- $6 \times x + 6 \times y$ b) $y \times x - 6 \times y$
 - $y \times 9y - 6 \times 9$ d) $6a + a^2$
2. Factoriser.
- $4x + 8$ b) $15x + 35x^2$

41 Dans les expressions suivantes, le facteur commun k est indiqué.

Factoriser chacune d'elles.

- $6x + 48$ $k = 6$ b) $3x + 48$ $k = 3$
- $60 + 4y$ $k = 4$ d) $5 - 5x$ $k = 5$

42 Écrire les nombres sur fond couleur sous la forme d'un produit puis factoriser.

- $14y - 35$ b) $20 + 15y$
- $54 - 30x$ d) $45 - 30x$

43 Factoriser.

- $3xy + 5x$ b) $10xy + 21y$
- $15x - 14x^2$ d) $28y^2 - 21xy$

44 Factoriser en utilisant les identités remarquables.

- $x^2 - 6^2$ b) $9^2 - y^2$
- $16 - z^2$ d) $t^2 - 9$

45 Factoriser en utilisant les identités remarquables.

- $64 - x^2$ b) $y^2 - 144$
- $1 - z^2$ d) $t^2 - 0,25$

46 Vrai ou faux ?

- $56x - 35xy = 7(8y - 5x)$
- $y^2 + 6y = y(6 + y)$
- $7^2 - z^2 = (7 - z)(7 + z)$
- $t^2 - 16 = (t + 8)(t - 8)$

47 1. Recopier et compléter mentalement.

- $31^2 - 29^2 = (\dots + 29)(\dots - 29) = 60 \times \dots = \dots$
- $102^2 - 98^2 = (102 + \dots)(102 - \dots) = \dots$

2. Calculer mentalement.

- 41×39 b) 23×17
- 72×68 d) 45×55

Exercices d'entraînement

48 Recopier et compléter.

- $\dots (\dots - 8x) = 90x - 48x^2$
- $\dots (\dots - 4) = 90x^2 - 48x$

49 Écrire les expressions suivantes comme dans l'exemple.

Exemple $9a^2 = 3 \times 3 \times a \times a = 3a \times 3a = (3a)^2$

- $49a^2$
- $81x^2$
- $121y^2$
- $900x^2$

50 Factoriser en utilisant les identités remarquables.

$$A = 16x^2 - 9$$

$$B = 49 - 25y^2$$

$$C = 144x^2 - 36y^2$$

$$D = 1 - 64x^2$$

51 Factoriser.

$$A = 24x + 60y - 8$$

$$B = 25y - 16y^2$$

$$C = 81y^2 - 1$$

$$D = 64x - 36$$

52 Factoriser en utilisant un facteur commun ou les identités remarquables.

$$U = 49t^2 - 36$$

$$T = 49t^2 - 35$$

53 On pose : $A = 25x^2 - 100$

- Factoriser A en cherchant un facteur commun le plus grand possible.
- En déduire comment écrire A sous la forme d'un produit de trois facteurs.

54 Soit n un nombre entier.

$$\text{On pose : } E = n(n - 6) + 9$$

1. Montrer que E est égal au carré d'un nombre entier lorsque :

- $n = 14$ b) $n = 15$

2. a) Développer $(n - 3)^2$

b) En déduire que quel que soit le nombre n choisi, E est égal au carré d'un nombre entier.

55 DÉFI!

a) Factoriser.

$$X = a^2 - \frac{4}{9}$$

b) Écrire $a^4 - 1$ sous la forme d'un produit de trois facteurs.

Calcul mental

56 Calculer.

$$49 \times 50 + 51 \times 50$$

57 Calculer.

a) 41^2 b) 29^2 c) 49×51

58 Donner la valeur de chacune des expressions suivantes lorsque $x = 8$.

$$A = 7x + 7 \times 2 \quad B = 7 + x + 4 \quad C = x^2 - 1$$

59 Calculer.

a) 52×48 b) 28^2 c) 33^2 d) $2\,016^2 - 2\,015^2$

Vocabulaire

60 J'utilise un vocabulaire précis.

lienmini.fr/delta3-011

Exercice interactif

Développement et réduction

61 Développer puis réduire.

$$E = (x + 10) \times (3x + 2)$$

$$F = (x + 10) + (3x + 2)$$

$$G = x + 10 \times (3x + 2)$$

$$H = (x + 10) \times 3(x + 2)$$

62 Relier les expressions égales.

$(2x - 1)^2$	•	$4x^2 - 1$
$4x(x - 1)$	•	$4x^2 - 4x + 1$
$(2x + 1)(2x - 1)$	•	$4x^2 - 4x$
$(x - 2)^2$	•	$x^2 - 4$
$(x + 2)(x - 2)$	•	$x^2 - 4x + 4$

63 1. Développer et réduire.

$$(x - 5)(x + 2) - (x^2 - 10)$$

2. En déduire que la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto (x - 5)(x + 2) - (x^2 - 10)$ est une droite passant par l'origine du repère.

Identités remarquables

64 Développer puis réduire.

$$A = 3(x + 5)^2$$

$$B = 2(10 - 3y)^2$$

$$C = 5(9y - 4)(9y + 4)$$

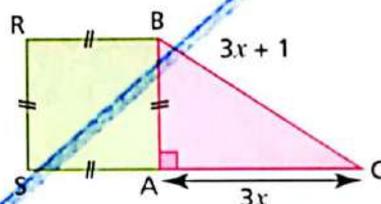
65 Développer puis réduire.

$$I = 2(6y - 5)^2 - 12 + 10y$$

$$J = (1 + 9x)(1 - 9x) + (3x + 7)^2$$

$$K = 6x^2 - 18 - (x - 4)^2$$

66 Soit x un nombre positif.



1. Exprimer AB^2 en fonction de x . Justifier.
2. Prouver que l'aire du carré est égale à $(6x + 1)^2$.

Factorisation

67 Factoriser les expressions suivantes comme dans l'exemple.

Exemple $5(x + 3) + y(x + 3) = (x + 3)(5 + y)$

$$A = x(x - 2) + 9(x - 2)$$

$$B = 7(8x - 1) - 2x(8x - 1)$$

$$C = 10y(2 - 5x) + (2 - 5x) \times 9$$

$$D = 21(y - 8) + 14x(y - 8)$$

68 Factoriser.

$$A = x(6 - x) - 5y(6 - x)$$

$$B = (3y + 11) \times 2 - (3y + 11) \times 7y$$

$$C = 7y(9 - 5x) - (9 - 5x)$$

$$D = x^2(x - 4) - 9(x - 4)$$

69 Factoriser en utilisant les identités remarquables comme dans l'exemple.

Exemple $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 = (x + 3)^2$

a) $x^2 + 16x + 64$

b) $y^2 - 12y + 36$

c) $x^2 - 24x + 144$

d) $y^2 + 40y + 400$

70 Prudence [1]

On considère les expressions suivantes.

$$R = 64 + 8x + x^2$$

$$S = y^2 - 200y + 1\,000$$

$$T = z^2 + 49$$

Chang et Fatou discutent.

On peut factoriser ces expressions à l'aide d'une identité remarquable.



On dirait... mais tu te trompes !



Qui a raison ? Expliquer.

71 Factoriser.

a) $y^2 - 22y + 121$

c) $100 - x^2$

b) $49 - 14x + x^2$

d) $y^2 + y + 0,25$

72 Factoriser.

$$A = (x + 7)^2 - 25$$

$$B = (y - 9)^2 - 36$$

$$C = (2x + 3)^2 - 64$$

$$D = 100 - (4x - 11)^2$$

73 Top chrono

Calculer de tête.

a) $999^2 + 2 \times 999 + 1$

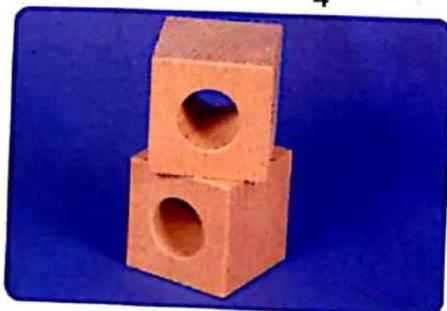
b) $501^2 - 2 \times 501 + 1$

74 Soit n un nombre entier.

Développer puis montrer que $4n(n - 5) + 25$ est le carré d'un nombre que l'on donnera.

75 Rond de serviette

Dans un cube de côté a , on perce un trou en forme de cylindre et de rayon $\frac{a}{4}$.



Donner le volume du solide obtenu sous la forme d'une expression factorisée.

76 On pose : $a = 1\,000\,002\,000\,001$.

1. En remarquant que :

$$a = 1\,000\,000\,000\,000 + 2\,000\,000 + 1,$$

recopier puis compléter.

$$a = (10^{\dots})^2 + 2 \times 10^{\dots} + \dots$$

2. En utilisant une identité remarquable, déduire que a est le carré d'un nombre que l'on donnera.

3. Sans utiliser de calculatrice mais en utilisant une identité remarquable montrer que $998\,001$ est le carré d'un nombre entier que l'on précisera.

Problèmes

77 Carrés consécutifs

Chercher Voici un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Ajouter 1 à son carré.
- Ajouter le double du nombre de départ.

1. a) Montrer que si on applique ce programme à 8, alors on obtient le carré de 9.

b) Montrer que si on applique ce programme à 11, alors on obtient le carré de 12.

c) **Modéliser** Montrer que si on applique ce programme à un entier n alors on obtient le carré de $n + 1$.

2. a) On donne : $123^2 = 15\,129$
Calculer mentalement le carré de 124.

b) Un jardin public a la forme d'un carré de côté n . Si on augmente son côté de 1 m, son aire augmente de 95 m^2 . Représenter la situation à l'aide d'un schéma et calculer n .

78 Somme d'entiers [1]

1. **Chercher** Vérifier que la somme des trois nombres entiers consécutifs 1 492, 1 493 et 1 494 est divisible par 3.

2. a) Écrire sans parenthèses et réduire l'expression $F = n + (n + 1) + (n + 2)$.

b) Factoriser l'expression obtenue.

c) Montrer que la somme de trois nombres entiers consécutifs est divisible par 3.

3. Marion préfère appeler n le nombre du milieu, retrouver le résultat de la question 2. c).

79 Somme d'entiers [2]

1. **Calculer** Soit n un nombre entier.

Écrire en fonction de n :

a) son double. b) son triple.

2. Montrer que la somme d'un nombre entier, de son double et de son triple est divisible par 6.

80 Je m'exerce pour le **DNB****Calculer** Soit n un nombre entier.

On pose :

$$U = 7n^2 - 9n + 5 \text{ et } V = 3n^2 - n + 5$$

1. Avec la calculatrice, vérifier que $U + V$ est divisible par 10 lorsque $n = 12$ ou que $n = 13$.2. a) Réduire $U + V$.b) Mettre 10 en facteur dans $U + V$.

c) Que peut-on penser du résultat obtenu à la question 1. ?

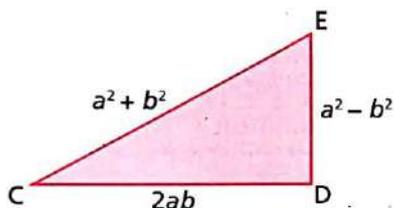
81 Prudence (2)

On pose :

$$E = 3\,456\,790^2 - 3\,456\,789 \times 3\,456\,791$$

1. Calculer E en utilisant la calculatrice.2. **Raisonner** a) En posant $a = 3\,456\,790$, calculer E sans utiliser la calculatrice.

b) Comparer avec le résultat obtenu à la question 1.

82 On considère le triangle suivant, où $a > b$.1. a) Pour $a = 2$ et $b = 1$, calculer EC^2 , DC^2 et DE^2 et préciser la nature du triangle CDE.b) Même travail avec $a = 3$ et $b = 2$.2. **Modéliser** a) Émettre une conjecture concernant la nature des triangles CDE que l'on obtient par ce procédé.

b) Démontrer la conjecture.

3. Pour aller plus loin, utiliser un tableur pour déterminer la mesure des côtés de cinq triangles rectangles non superposables.

83 Autour de la Terre

1. **Modéliser** Imaginons qu'on entoure la Terre, de rayon 6 371 km, d'une très grande ficelle, sur l'équateur. On allonge cette ficelle de 1 m et on la répartit uniformément pour former un cercle, centré sur la Terre.



Quelle est alors la distance entre la ficelle et le sol terrestre ?

2. Que se passerait-il si on recommençait l'expérience :

a) avec une balle de pingpong de rayon 4 cm ?

b) avec une sphère de rayon r ?**84** **DNB**(D'après *DNB Inde, 2001*)

1. Dans la figure suivant, AEEG, AHJI et ABCD sont des carrés. Calculer AH en fonction de x . En déduire l'aire de AHJI puis préciser, dans la liste ci-dessous, la(ou les) expression(s) algébrique(s) qui correspond(ent) à l'aire de la partie verte.

$$M = (4 - x)^2 - 2^2$$

$$N = (4 - x - 2)^2$$

$$P = 4 - x^2 - 2^2$$

2. Développer et réduire l'expression

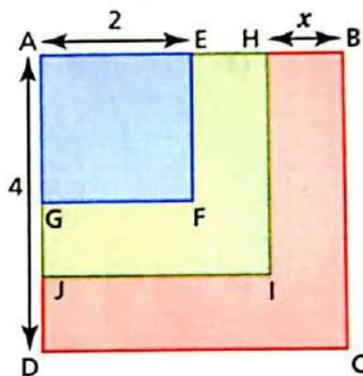
$$Q = (4 - x)^2 - 4$$

3. Factoriser Q .4. Calculer Q pour

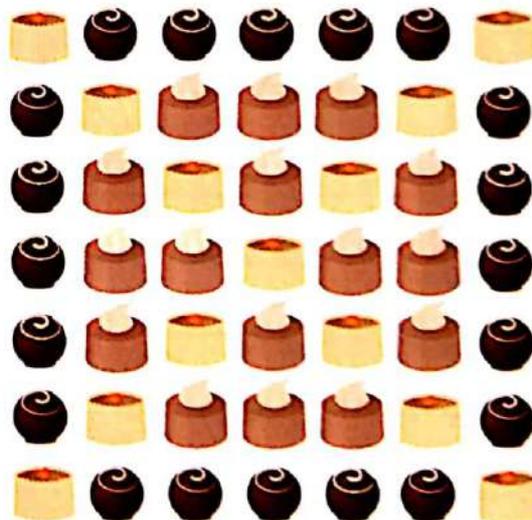
$$x = 2.$$

Que traduit le

résultat pour la figure ?

**85** Casse-tête

Une pâtissière aligne des chocolats de manière à former un carré.



Voici ce qu'elle obtient lorsque 7 chocolats sont alignés sur un côté.

- Les deux diagonales sont formées de chocolats blancs.
 - Les côtés (sauf les sommets) sont formés de chocolats noirs.
 - Le reste du carré est formé de chocolats au lait.
- Soit n un nombre impair supérieur ou égal à 5. On suppose que la pâtissière aligne n chocolats sur un côté. Exprimer le nombre de chocolats au lait sous la forme d'une expression factorisée.



? Un avion de ligne vole à une vitesse moyenne de 820 km/h. Il met 4 h15 pour relier Paris au Caire. Que permet de déterminer l'équation $\frac{x}{4,25} = 820$?

SÉQUENCE

Équations

NOTIONS

13	Résoudre des équations du 1 ^{er} degré	70
14	Résoudre des équations produits	72
15	Résoudre des problèmes	74

Exercices d'application

1 On considère l'équation $3x - 4 = x + 2$.

Déterminer si :

- a) 0 est solution de cette équation.
- b) -3 est solution de cette équation.
- c) 3 est solution de cette équation.

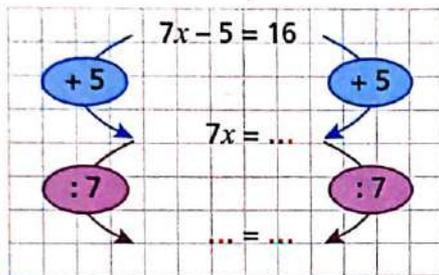
2 On considère l'équation $2x^2 + 3x - 2 = 0$.

Déterminer si :

- a) 0 est solution de cette équation.
- b) -2 est solution de cette équation.

3 On veut résoudre l'équation $7x - 5 = 16$.

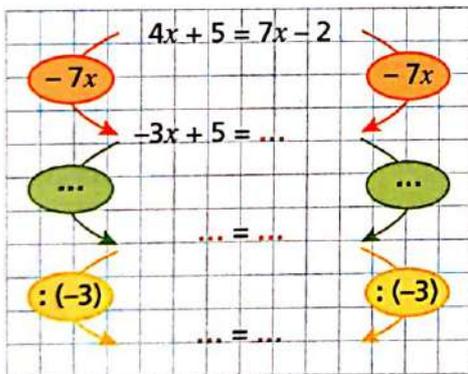
Recopier et compléter le schéma suivant et conclure.



CORRIGÉ

4 On veut résoudre l'équation $4x + 5 = 7x - 2$.

Recopier et compléter le schéma suivant et conclure.



5 Résoudre les équations suivantes.

- a) $5x = 28$
- b) $7x = x - 4$
- c) $2b + 3 = 8$

6 Pour résoudre l'équation $2x + 5 = 3$, Luc a écrit :

$$\begin{array}{l}
 2x + 5 = 3 \\
 2x + 5 - 5 = 3 - 5 \\
 2x = -2 \\
 \text{Faux } 2x - 2 = -2 - 2 \\
 x = -4 \\
 \text{La solution est } -4.
 \end{array}$$

Recopier et corriger sa copie.

7 Sidonie doit résoudre l'équation $x - 1 = 5x + 2$. Elle commence sa résolution ainsi.

$$\begin{array}{l}
 x - 1 = 5x + 2 \\
 x - 1 - 5x = 5x + 2 - 5x \\
 -4x - 1 = 2 \\
 -4x - 1 + 1 = 2 + 1 \\
 \dots = \dots \\
 \frac{\dots}{-4} = \frac{\dots}{-4} \\
 x = \dots
 \end{array}$$

La solution de cette équation est : ...

Recopier et finir de résoudre cette équation.

Exercices d'entraînement

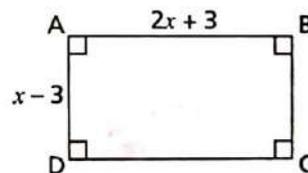
8 **DNB**

(D'après Pondichéry, Avril 2013)

1. À l'aide d'un tableau, trouver deux solutions de l'équation : $2x^2 - 3x - 9 = 0$.

2. L'unité de longueur est le cm. Donner une valeur de x pour laquelle l'aire du rectangle suivant est égale à 5 cm^2 .

	A	B
	x	$2x^2 - 3x - 9$
1	-2,5	11
2	-2	5
3	-1,5	0
4	-1	-4
5	-0,5	-7
6	0	-9
7	0,5	-10
8	1	-10
9	1,5	-9
10	2	-7
11	2,5	-4
12	3	0
13	3,5	5
14	4	11
15	4,5	18
16	5	26



9 Résoudre les équations suivantes.

- a) $4a + 3 = a - 8$
- b) $-5c - 3 = 2c$
- c) $7y = y + 3$
- d) $2a - \frac{3}{4} = 0$

10 Résoudre les équations suivantes.

- a) $-2z + 15 = 4z + 2$
- b) $5(x - 3) = 28$
- c) $-7x = 2(x - 4)$

Commencer par développer le membre de gauche.

11 **DÉFI!**

Le triple d'un nombre augmenté de 6 est égal à la moitié de ce nombre. Quel est ce nombre ?

Exercices d'application

12 On considère l'équation produit $(x - 6)(x + 4) = 0$.

Parmi les nombres suivants, trouver lesquels sont solutions de cette équation..

6

-4

-6

4

13 On considère l'équation produit $(2x - 4)(x - 7) = 0$.

Parmi les nombres suivants, trouver lesquels sont solutions de cette équation.

-4

7

4

2

14 Résoudre les équations produits suivantes.

a) $(x - 3)(x + 1) = 0$

b) $(2x - 5)(x + 1) = 0$

c) $x(x + 3) = 0$

15 Vrai ou faux ?

a) $(2x - 5) + 5(x + 1) = 0$ est une équation produit.

b) $(2x - 7)(5x + 3) = 5$ est une équation produit.

c) -3 est solution de l'équation $(x - 3)(x + 1) = 0$.

d) -7 et $\frac{1}{7}$ sont solutions de l'équation produit $(x + 7)(7x - 1) = 0$.

e) 4 est la seule solution de l'équation $(x - 4)^2 = 0$.

f) 1 et 2 sont les solutions de l'équation $(x - 2) + (x - 1) = 0$.

16 Associer chaque équation produit de la colonne de gauche aux solutions de la colonne de droite.

$(2x - 1)(x + 3) = 0$ • $\frac{1}{2}$ et 3

$(2x + 1)(x - 3) = 0$ • 2 et -3

$(x - 2)(x + 3) = 0$ • $\frac{1}{2}$ et -3

$(2x - 1)(x - 3) = 0$ • $-\frac{1}{2}$ et 3

Exercices d'entraînement

CORRIGÉ

17 Résoudre les équations produits suivantes.

a) $(3x - 7)(2x + 3) = 0$

b) $5x(4x - 1) = 0$

c) $(11x - 39,6)(8x + 20,8) = 0$

18 Résoudre les équations produits suivantes.

a) $(12x + 49,2)(2,4x + 12) = 0$

b) $(-3x + 16)(14x + 1) = 0$

c) $(5,2x + 17,68)(3x - 5) = 0$

CORRIGÉ

19 Soit $A = (3x - 1)^2 + 2(3x - 1)$.

1. Développer et réduire A.

2. En factorisant, montrer que :

$$A = (3x - 1)(3x + 1).$$

3. Résoudre l'équation $(3x - 1)(3x + 1) = 0$.

4. Qwang calcule A pour $x = -\frac{1}{3}$, il trouve -1 . A-t-il raison ?

20 On considère l'expression $A = (x + 3)^2 - 4$.

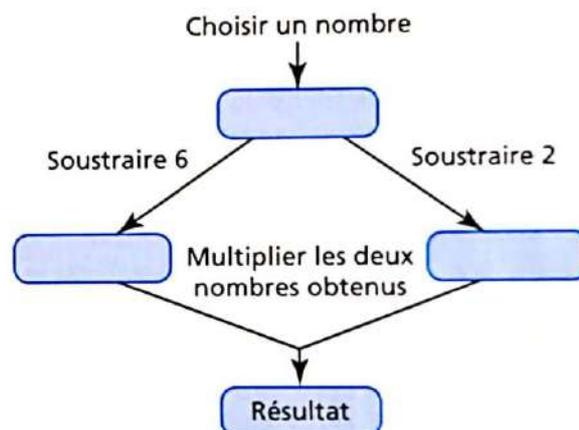
1. Factoriser A.

2. Résoudre l'équation $A = 0$.

21 DNB

(D'après Métropole, 2014.)

Voici un programme de calcul.



1. Vérifier que si le nombre choisi est 8 , on obtient 12 .

2. On choisit x comme nombre de départ.

Déterminer l'expression obtenue en fonction de x .

3. Quels sont les nombres que l'on doit choisir pour obtenir 0 ? Justifier.

22 On considère le programme de calcul ci-contre.

1. Quel nombre obtient-on si on choisit 2 ?

2. Quel(s)

nombre(s) faut-il choisir pour obtenir 0 ?

- Choisir un nombre.
- Retrancher 5 à son double.
- Multiplier la différence obtenue par le nombre de départ.

23 DÉFI!

Quelles sont les solutions de l'équation

$$(x - 1)(x + 3)(x - 4)(x + 5) = 0 ?$$

Cherchons

À la boulangerie « Au bon pain », si Léon achète 5 croissants et un pain au chocolat à 1,10 € ou 3 croissants et une brioche à 2,80 €, il paiera le même prix. Nous allons calculer le prix d'un croissant dans cette boulangerie. Appelons c le prix d'un croissant.

1. Exprimer le prix de 5 croissants et du pain au chocolat en fonction de c , puis le prix de 3 croissants et de la brioche en fonction de c .
2. Quelle équation doit-on résoudre pour trouver c ?
3. Résoudre cette équation et en déduire le prix d'un croissant.



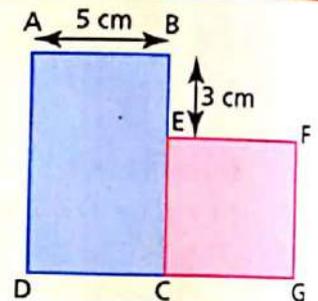
Cours

13 14 15

Méthode Résoudre un problème faisant intervenir une équation

Énoncé On considère la figure ci-contre.

Quelle doit être la longueur du côté du carré rose pour que son périmètre soit égal à celui du rectangle bleu ?



Solution

① **Choix de l'inconnue.** On choisit comme inconnue la quantité que l'on veut déterminer. Soit x la longueur EF.

② **Mise en équation.** On traduit la situation par une équation :

$$\text{Périmètre}_{EFGC} = \text{Périmètre}_{ABCD}$$

$$4 \times x = 2 \times 5 + 2 \times (x + 3)$$

③ **Résolution de l'équation.**

$$4x = 10 + 2 \times x + 2 \times 3$$

$$4x = 10 + 2x + 6$$

$$4x = 16 + 2x$$

$$4x - 2x = 16 + 2x - 2x$$

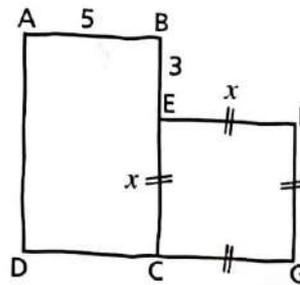
$$2x = 16$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{16}{2}$$

$$x = 8$$

La solution de cette équation est 8.

④ **Conclusion.** Pour que le périmètre du rectangle bleu soit égal à celui du carré rose, celui-ci doit mesurer 8 cm de côté.



Exercices d'application

24 Traduire chaque énoncé par une équation puis la résoudre.

1. Le périmètre d'un carré de côté x cm est égal à 24,2 cm.

2. Le périmètre d'un cercle de rayon R est égal à 54 cm.

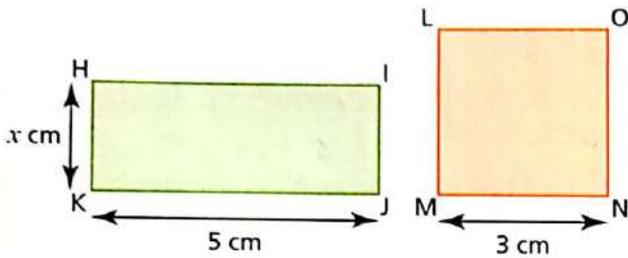
3. Pierre a 2 ans de plus que son frère. À eux deux, ils ont 22 ans.

25 Au collège Euler, il y a deux fois plus de demi-pensionnaires que d'externes.

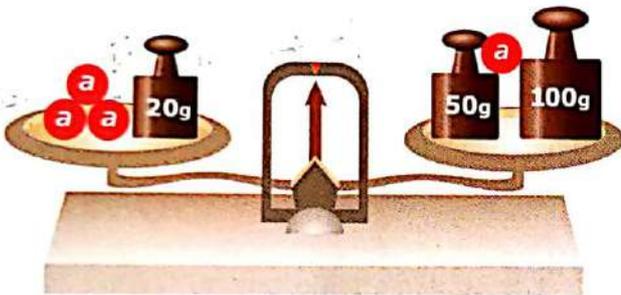
Il y a en tout 513 collégiens.

- Traduire l'énoncé par une équation.
- Trouver quel est le nombre d'externes au collège Euler.

26 Trouver pour quelle(s) valeur(s) de x , l'aire du carré est égale à l'aire du rectangle.



27 Pour quelle(s) valeur(s) de a , la balance ci-dessous est-elle en équilibre ?



28 Pour le même prix, on peut acheter 10 brugnons ou un melon. Marjorie a payé 7,68 € pour l'achat de 12 brugnons et 2 melons. On appelle b le prix d'un brugnon.



- Exprimer en fonction de b le prix d'un melon.
- Traduire la phrase « Marjorie a payé 7,68 € pour l'achat de 12 brugnons et 2 melons. » par une équation.
- Quel est le prix d'un brugnon ?

Exercices d'entraînement

29 Claire et Inès vont régulièrement à la patinoire. Deux tarifs sont proposés :

- Tarif 1 : 8,80 € l'entrée.
- Tarif 2 : une carte d'abonnement de 15 € puis l'entrée à 6,30 €.



Claire prend le tarif 1 et Inès prend le tarif 2. Pour quel nombre d'entrées, auront-elles payé le même montant ?

30 Mariam, Charles et Lila collectionnent les timbres. Charles en a quatre fois plus que Mariam, et 150 de plus que Lila. À eux trois, ils en ont 3 000. Combien de timbres ont chacun des trois enfants ?

31 Entre lundi et vendredi, Kenza a envoyé en moyenne 33,4 SMS par jour. Mardi, elle en avait envoyé 10 de plus que lundi. Mercredi, elle en avait envoyé le double de lundi. Jeudi, 5 de moins que lundi, et vendredi, autant que lundi. Combien de SMS, Kenza avait-elle envoyés lundi ?

32 Déterminer trois nombres entiers consécutifs dont la somme est 465.

33 La grand-mère de Lisa a 71 ans. Dans sept ans, elle aura le triple de l'âge de Lisa. Quel âge Lisa a-t-elle aujourd'hui ?

34 DÉFI!



Je pense à un nombre, je lui retranche son quart, je trouve 6.

Quel est ce nombre ?

Calcul mental

35 Calculer mentalement les solutions des équations du 1^{er} degré suivantes.

- a) $5x = 12$ b) $y + 5 = -4$ c) $b - 3 = 7$
 d) $-2a = -8$ e) $-b + 1 = 7$ f) $-3x = 1$

36 Vrai ou faux ?

- a) Les solutions de l'équation produit $(x - 3)(x + 1) = 0$ sont -3 et 1 .
 b) Les solutions de l'équation produit $(2x - 5)(x + 1) = 0$ sont $2,5$ et -1 .
 c) Les solutions de l'équation produit $4x(x - 3) = 0$ sont -4 et 3 .
 d) Les solutions de l'équation produit $(x - 7)(2x - 9) = 0$ sont 7 et $\frac{9}{2}$.
 e) Les solutions de l'équation produit $2x(3x - 1) = 0$ sont 0 et $\frac{1}{3}$.

Vocabulaire

37 J'utilise un vocabulaire précis.



Résoudre des équations du 1^{er} degré

38 Quentin et Abdeq résolvent l'équation $3x + 1 = 7x - 8$. Voici leurs schémas de résolution. Que pensez-vous de leurs méthodes ?

Résolution de Quentin

$$3x + 1 = 7x - 8$$

$-7x$ $-7x$

$$-4x + 1 = -8$$

-1 -1

$$-4x = -9$$

$:(-4)$ $:(-4)$

$$x = \frac{-9}{-4}$$

$$x = \frac{9}{4}$$

La solution de cette équation est $\frac{9}{4}$.

Résolution d'Abdeq

$$3x + 1 = 7x - 8$$

$-3x$ $-3x$

$$1 = 4x - 8$$

$+8$ $+8$

$$9 = 4x$$

$:4$ $:4$

$$\frac{9}{4} = x$$

La solution de cette équation est $\frac{9}{4}$.

39 Résoudre les équations suivantes.

- a) $5x - 3 = 2$ b) $-3x = 2x + 5$ c) $-9x + 15 = 5x - 8$

40 Résoudre les équations suivantes.

- a) $5(x - 3) = 2x - 4$ b) $-3x + 1 = 2(x - 3)$
 c) $y + 4 = y - 3$ d) $\frac{1}{2}a = -7$

41 On considère l'équation suivante.

$$-3(2x - 1) + 2x = 2(x + 4) - 5.$$

- a) Développer et réduire les deux membres de cette équation.
 b) Résoudre ensuite l'équation obtenue.

42 On considère le programme de calcul ci-contre.

- Choisir un nombre relatif.
- Lui retrancher 4.
- Multiplier le résultat par 3.
- Ajouter 5.

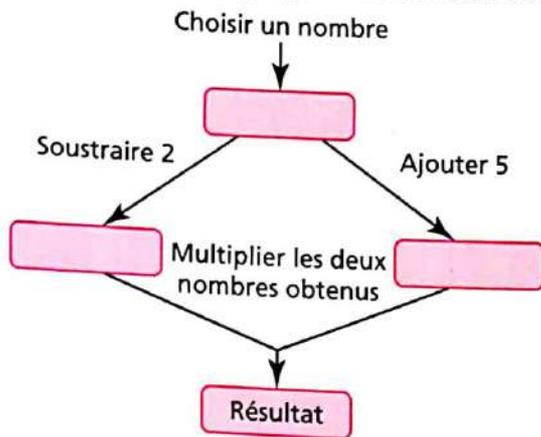
1. a) Vérifier que lorsque le nombre de départ est 2, on obtient -1 au résultat final.
 b) Lorsque le nombre de départ est -3 , quel résultat final obtient-on ?
 c) Le nombre de départ étant x , exprimer le résultat final en fonction de x .
 2. Quel nombre de départ doit-on choisir pour obtenir un résultat final égal à 2 ?

Résoudre des équations produits

43 Xavier affirme que les équations $(x - 6)(x + 1) = 0$ et $x^2 - 6x = 0$ ont deux solutions communes. Est-ce vrai ? Justifier.

- 44** On considère l'expression $D = (4x - 1)^2 + (x + 2)(4x - 1)$.
- Développer puis réduire D.
 - Factoriser D.
 - Résoudre l'équation $(4x - 1)(5x + 1) = 0$.

- 45** On considère le programme de calcul suivant.



- Vérifier qu'en choisissant -2 , on obtient -12 .
- Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 0 ? Justifier.

- 46** Résoudre les équations produit suivantes.

a) $\left(\frac{1}{2}x + 4\right)(x + 1) = 0$

b) $\left(x + \frac{2}{5}\right)(x + 1) = 0$

c) $\left(5x + \frac{3}{2}\right)(3x - 5) = 0$

- 47** Soit $A = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(5x - 7)$.

- Factoriser A.
- Résoudre l'équation $(2x + 3)(7x - 4) = 0$.
- En déduire la valeur de A pour $x = -\frac{3}{2}$.

- 48** Résoudre l'équation $9x^2 - 25 = 0$.

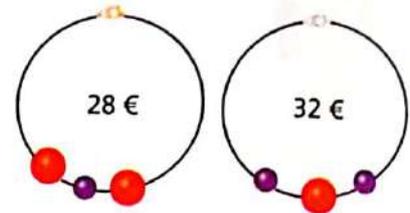
Résoudre des problèmes

- 49** **DNB** (D'après *Amérique du Nord, 2015*).

- Je pense à un nombre.
 - Je lui soustrais 10.
 - J'élève le tout au carré.
 - Je soustrais au résultat le carré du nombre auquel j'ai pensé.
 - J'obtiens alors -340 .
- Trouver le nombre auquel je pense.

- 50** Un grand classeur coûte 3 € de plus qu'un cahier. Le prix de deux classeurs et de trois cahiers est $17,50 \text{ €}$. Quel est le prix d'un classeur ?

- 51** Dans un magasin de perles, on peut fabriquer son propre bracelet. Deux propositions avec des perles rouges et violettes sont exposées. Le cordon est gratuit.

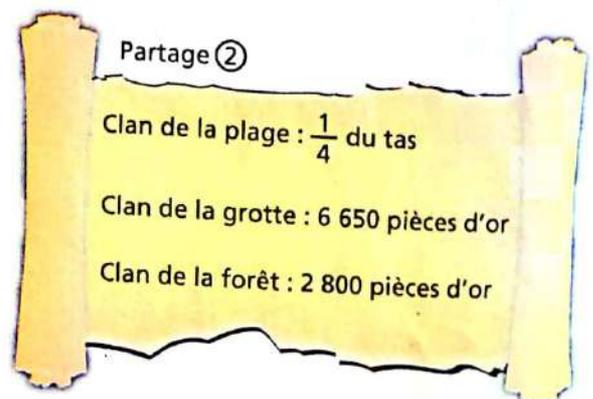
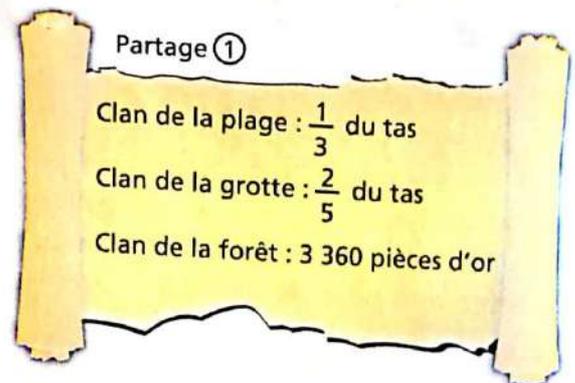


Juliette veut connaître le prix d'une perle orange. On appelle x son prix.

- Avec le premier bracelet, exprimer le prix d'une perle violette en fonction de x .
- Avec le second bracelet, déterminer une équation dont x est solution. La résoudre.
- Quel est le prix d'une perle orange ?

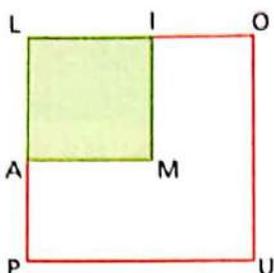
- 52** Un rectangle dont la largeur mesure le tiers de la longueur a une aire de 12 cm^2 . Dessiner ce rectangle en vraie grandeur.

- 53** Trois chefs de clans distribuent un tas de pièces d'or à leurs hommes. Ils hésitent entre deux partages.



Combien avaient-ils de pièces d'or au départ ?

54 On considère un carré LOUP de côté $2x + 3$ cm et un carré LIMA de côté $3,5$ cm comme ci-dessous.



Pour quelle valeur de x , le périmètre du carré LOUP est-il égal au double de celui du carré LIMA ?

Problèmes

55 Liens avec les fonctions **DNB**

(D'après France métropolitaine, septembre 2012). La copie d'écran ci-dessous montre le travail qu'a effectué Camille à l'aide d'un tableur à propos des fonctions g et h définies par : $g(x) = 5x^2 + x - 7$ et $h(x) = 2x - 7$.

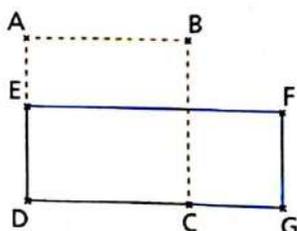
B2		=5*B1*B1+B1-7				
	A	B	C	D	E	F
1	x	-2	-1	0	1	2
2	$g(x) = 5x^2 + x - 7$	11	-3	-7	-1	15
3	$h(x) = 2x - 7$	-11	-9	-7	-5	-3

Elle a recopié vers la droite les formules qu'elle avait saisies dans les cellules B2 et B3.

- Déduire du tableau une solution de l'équation $5x^2 + x - 7 = 2x - 7$.
- Raisonner** Cette équation a-t-elle une autre solution que celle trouvée grâce au tableur ? Justifier.

56 Un peu de géométrie **DNB**

(D'après France métropolitaine, juin 2012). Le dessin ci-dessous représente une figure composée d'un carré ABCD et d'un rectangle DEFG. E est un point du segment [AD] et C est un point du segment [DG].



Dans cette figure, la longueur AB peut varier mais on a toujours : $AE = 15$ cm et $CG = 25$ cm.
Chercher Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré ABCD soit égale à l'aire du rectangle DEFG ? Si oui, calculer AB. Sinon, expliquer pourquoi.

57 Calcul de la moyenne

Adam a déjà eu quatre notes ce trimestre en mathématiques :

- 12/20 coefficient 1
- 14/20 coefficient 2
- 9/20 coefficient 2
- 16/20 coefficient 1

Calculer Quelle note doit-il obtenir au dernier devoir du trimestre, sachant qu'il est coefficient 2, pour avoir 14/20 de moyenne ?

CORRIGÉ

58 Je m'exerce pour le **DNB**

(D'après France métropolitaine, juin 2012). On cherche à résoudre l'équation :

$$(4x - 3)^2 - 9 = 0.$$

1. **Raisonner** Le nombre $\frac{3}{4}$ est-il solution

de cette équation ? Et le nombre 0 ?

2. **Chercher** Prouver que pour tout nombre x , $(4x - 3)^2 - 9 = 4x(4x - 6)$.

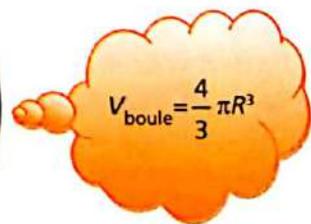
3. Déterminer les solutions de l'équation $(4x - 3)^2 - 9 = 0$.

59 Problème d'aquarium **DNB**

(D'après France métropolitaine, juin 2011). Un premier aquarium a la forme d'un pavé droit de longueur 40 cm, de largeur 20 cm et de hauteur 30 cm.

Un second aquarium contient un volume d'eau égal aux trois quarts d'une boule de 30 cm de diamètre. On verse le contenu du second aquarium dans le premier.

Calculer À quelle hauteur l'eau monte-t-elle ? Donner une valeur approchée au millimètre.





Dans certaines compagnies aériennes, la masse du bagage en soute ne doit pas dépasser 23 kg. Une valise, pesant 2,7 kg, contient 5 objets pesant x kg chacun et une trousse de toilette de 1,3 kg.

? x peut-il être égal à 4 kg ? à 3,7 kg ?

SÉQUENCE

Inéquations

NOTIONS

16 Comparer des nombres. Effectuer des opérations	84
17 Résoudre des inéquations	86
18 Résoudre des problèmes	88

Exercices d'application

CORRIGÉ

1 Traduire les phrases suivantes à l'aide d'une inégalité.

- a) m est un nombre supérieur ou égal à 2.
- b) p est un nombre inférieur à -4 .
- c) 8 est inférieur ou égal au nombre q .
- d) -3 est supérieur au nombre t .

2 Traduire chaque énoncé à l'aide d'une inégalité.

- a) Soit p le nombre de personnes.
Au cinéma, il y avait au moins 200 personnes.



- b) Soit t la taille d'une personne.
Pour monter dans l'attraction *Space Mountain*, il faut mesurer au minimum 1,32 m.
- c) Soit f le nombre de fautes.
Pour obtenir son code de la route, un candidat peut faire jusqu'à trois fautes.

3 Si $a \leq 8$ et $a \geq 8$, déterminer la (ou les) valeur(s) de a .

4 Vrai ou faux ?

- a) Si $m = 2$ alors $m < 2$.
- b) Si $p = -5$ alors $p \geq -5$.
- c) Si $q \geq 3$ alors $q > 3$.
- d) Si $t < 1,5$ alors $t \leq 1,5$.
- e) Si $w \leq -1$ alors $w = -1$.

CORRIGÉ

5 Recopier et compléter les pointillés

a) $a < -2$ b) $b \geq 1$

$a + 5 \dots -2 + 5$ $b - 10 \dots 1 - 10$

$a + 5 \dots \dots$ $b - 10 \dots \dots$

6 Recopier et compléter les pointillés

a) $p \leq -4$ b) $t > -1,2$

$p \times 7 \dots -4 \dots$ $t \times \dots -1,2 \dots$

$7p \dots \dots$ $-3 \dots \dots$

7 On sait que $k < 5$.
Parmi les inégalités suivantes, indiquer celles qui sont vraies.

$k - 2 < 3$

$3k < 15$

$k + (-4) > -20$

$-2k < -10$

$k : (-5) > 1$

Exercices d'entraînement

8 On sait que $a < b$.
Compléter, si possible, les pointillés par $<$ ou $>$.

- a) $a + 2 \dots b + 2$ d) $a + 12 \dots b + 20$
- b) $b - 11 \dots a - 11$ e) $a - 5 \dots b - 3$
- c) $8 + a \dots b + 8$ f) $a + 7 \dots b + 6$

9 On sait que $z < t$.
Compléter, si possible, les pointillés par $<$ ou $>$.

- a) $8z \dots 8t$ d) $\frac{z}{4} \dots \frac{t}{4}$
- b) $0,2t \dots 0,2z$ e) $4z \dots 3t$
- c) $-5z \dots -5t$ f) $-2z \dots -3t$

10 Voici la copie de Pierrot.

$x > 2$	$x < -4$
$3x > 6$	$-5x < 20$
$3x - 5 > 1$	$-5x + 2 < 22$

Vérifier sa copie en indiquant à chaque étape l'opération effectuée.
Corriger les erreurs s'il y en a.

11 On sait que $x < 11$.
Recopier et compléter les pointillés afin d'obtenir une inégalité équivalente à celle donnée dans l'énoncé.

- a) $2x - 30 < \dots$ b) $-3x + 22 \dots$

12 Sans calculatrice, comparer les nombres suivants.

- a) $4,5 + \pi$ et $4,6 + \pi$
- b) $-0,51 \times 10^{-15}$ et $-0,52 \times 10^{-15}$

13 DÉFI!

Déterminer toutes les valeurs entières que peut prendre le nombre a sachant que :
 $-7 \leq 2a - 3,5 \leq 2$

Exercices d'application

CORRIGÉ

14 Sans résoudre l'inéquation, dire si les nombres suivants sont des solutions de $3x - 2 > -1$.

- a) $x = 3$ b) $x = -1$ c) $x = 2$

15 Sans résoudre l'inéquation, dire si les nombres suivants sont des solutions de $-5t + 2 < 1$.

- a) $t = 5$ b) $t = \frac{1}{2}$ c) $t = -1$

16 Ismaël affirme que les solutions de l'inéquation $-8a + 5 \leq -3$ sont toutes les valeurs de a inférieures ou égales à 1.

Sans résoudre l'inéquation, dire s'il a raison.

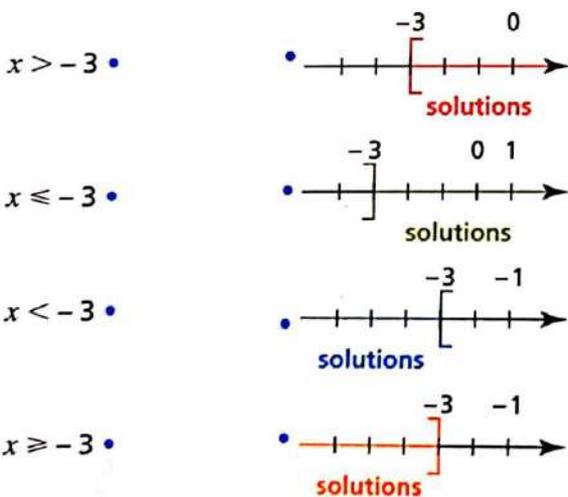
17 Sans résoudre l'inéquation, dire si les nombres suivants sont solutions de $6 - y \geq 2y - 2$

- a) $y = 6$ b) $y = -3$ c) $y = 10$

18 Sans les résoudre, dire si le nombre -3 est solution des inéquations suivantes.

- a) $2(x - 2) + 8 < 1$
 b) $-3(x + 1) > 10x + 3$
 c) $\left(\frac{5}{3}y + 1\right) - \left(2 + \frac{1}{3}y\right) \leq -4$

19 Associer chaque représentation suivante à une inégalité.



CORRIGÉ

20 Résoudre les inéquations suivantes.

- a) $x + 9 < -3$ b) $3y > -18$
 c) $-6 + z \geq 22$ d) $-4t \leq 9$

21 Résoudre les inéquations suivantes.

- a) $9 + 4x \leq 7$ b) $-3y + 5 < 14$
 c) $4z - \frac{7}{3} > \frac{5}{3}$ d) $-2 - 2t \geq 4$

Exercices d'entraînement

22 Résoudre les inéquations suivantes.

- a) $12 \geq x - 8$ b) $\frac{-2x}{5} \leq 8$

Indication : pour b), penser à multiplier par 5.

23 1. Résoudre l'inéquation $3 + 2a > 9$.

2. Représenter les solutions de cette inéquation sur une droite graduée.

24 1. Résoudre l'inéquation $1 - 7x \leq 15$.

2. Représenter les solutions de cette inéquation sur une droite graduée.

25 On considère l'inéquation $5x - 9 < 7 - 3x$.

1. a) Le nombre -1 est-il solution de cette inéquation ?

b) Le nombre 10 est-il solution de cette inéquation ?

2. a) Nuno affirme que cette inéquation a les mêmes solutions que $8x < 16$.

Recopier et compléter les pointillés de son explication.

$$\begin{array}{ccc} & 5x - 9 < 7 - 3x & \\ \dots & \rightarrow 5x - 9 \dots < 7 - 3x \dots & \leftarrow \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} & 8x - 9 < 7 & \\ \dots & \rightarrow 8x - 9 \dots < 7 \dots & \leftarrow \dots \end{array}$$

$$8x < 16$$

b) Résoudre cette inéquation.

3. En déduire les solutions de $5x - 9 < 7 - 3x$

26 Résoudre les inéquations suivantes, puis représenter leurs solutions sur une droite graduée.

- a) $4t - 10 > -5t - 19$ b) $6y + 7 < 4y + 7$
 c) $3,5x - 10 \leq 15 - 1,5x$ d) $w - 4 \geq 2w + 2$

27 1. Le nombre -4 est-il solution de l'inéquation $-2(x + 3) \leq 5(x - 1)$?

2. Développer chacun des deux membres de l'inégalité.

3. Résoudre alors $-2(x + 3) \leq 5(x - 1)$.

4. Représenter ses solutions sur une droite graduée.

28 DÉFI!

Résoudre les inéquations suivantes.

- a) $x - 1 > x + 3$
 b) $2(x - 5) \leq 4 + 2(x - 1)$

Cherchons

Simon possède 7,65 €. Dans une pâtisserie-chocolaterie, il achète un sachet de cookies à 4,55 € et des chocolats à 6,20 € le kilo. On note x la masse de chocolats achetés.

1. Exprimer, en fonction de x , le montant payé par Simon.
2. Quelle inéquation permettra à Simon de connaître le poids maximal de chocolats qu'il peut acheter ?
3. La résoudre et conclure.



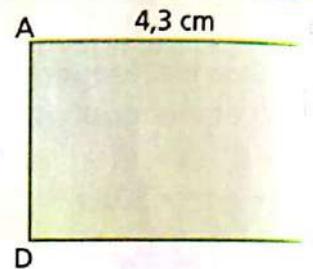
Cours

16 17 18

Méthode Résoudre un problème faisant intervenir une inéquation

Énoncé ABCD est un rectangle.

Déterminer toutes les valeurs de AD pour lesquelles le périmètre de ABCD est supérieur ou égal à 11 cm.



Solution

① Choix de l'inconnue

On choisit pour inconnue la quantité que l'on veut déterminer.

Soit x la longueur AD

② Mise en inéquation

On traduit la situation :

$$\text{Périmètre}_{ABCD} \geq 11$$

$$2 \times x + 2 \times 4,3 \geq 11$$

③ Résolution de l'inéquation

$$2x + 8,6 \geq 11$$

$$2x + 8,6 - 8,6 \geq 11 - 8,6$$

$$2x \geq 2,4$$

$$\frac{2x}{2} \geq \frac{2,4}{2}$$

$$x \geq 1,2$$

Les solutions de l'inéquation sont tous les nombres supérieurs ou égaux à 1,2.

④ Conclusion

La longueur AD doit être supérieure ou égale à 1,2 cm.

Exercices d'application

CORRIGÉ

29 Traduire chaque situation par une inéquation puis la résoudre.

a) Le périmètre d'un triangle équilatéral de côté x cm est inférieur à 15 cm.

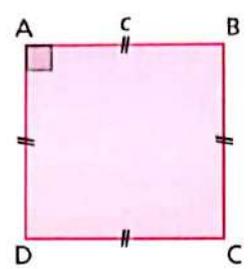
b) L'achat de trois CD à y euros l'unité et d'un livre à 12 € a coûté plus de 30 €.

c) Le tiers d'un nombre n à qui on ajoute 5 est inférieur ou égal à -2.

30 Je choisis un nombre x .
 Je le multiplie par -2 et je soustrais 3 .
 Mon résultat est un nombre inférieur ou égal à 8 .

- Traduire l'énoncé à l'aide d'une inéquation.
- Déterminer alors toutes les valeurs possibles de x .

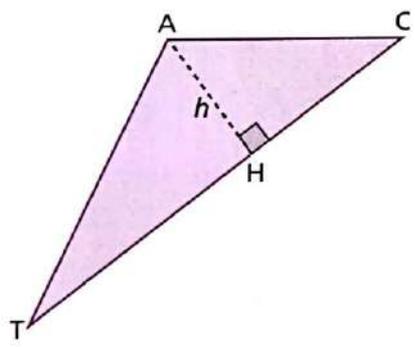
31 Déterminer les valeurs de la longueur c pour lesquelles le périmètre de $ABCD$ est supérieur ou égal à $12,8$ cm.



32 À une brocante, Marion vend des articles tous au même prix.
 Le 1^{er} client lui prend cinq articles et le 2^e en achète sept.
 Avec ses deux ventes, elle a récolté moins de 8 €. On veut déterminer quel a été le prix de vente maximum d'un de ses articles.

- On appelle x le prix d'un article. Traduire l'énoncé à l'aide d'une inéquation.
- Résoudre cette inéquation et conclure.

33 TAC est un triangle tel que $TC = 7$ cm. Déterminer les valeurs de h pour lesquelles l'aire de TAC est inférieure à 14 cm².



Exercices d'entraînement

34 Claire et Chloé vont à la piscine.

- Claire paye $3,80$ € l'entrée.
- Chloé a pris une carte d'abonnement à 14 € et paye son entrée $2,20$ €.

On veut déterminer à partir de combien d'entrées la formule de Chloé sera plus avantageuse que celle de Claire.

- Que peut-on choisir comme inconnue x ?
- Exprimer, en fonction de x , le prix payé par Claire puis le prix payé par Chloé.
- Résoudre alors ce problème.

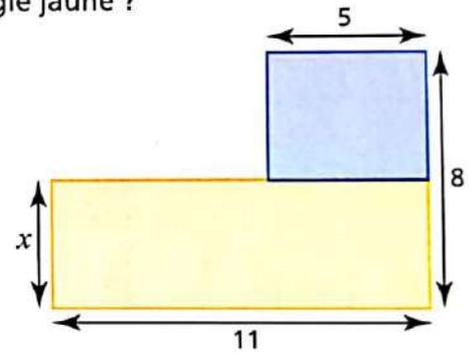
35 Janick et Corinne ont plus de 53 ans à eux deux.
 Corinne a 7 ans de moins que Janick.

- Choisir une inconnue x puis traduire la situation en fonction de x .
- Que peut-on en conclure pour l'âge de Janick ? Et pour celui de Corinne ?

36 Un camion pèse à vide $1,5$ tonne et transporte des colis de 98 kg chacun. À l'entrée d'un village, le chauffeur voit le panneau ci-contre.
 Combien de colis au maximum le chauffeur peut-il transporter pour pouvoir continuer son chemin sur cette route ?
Rappel 1 tonne = $1\ 000$ kg

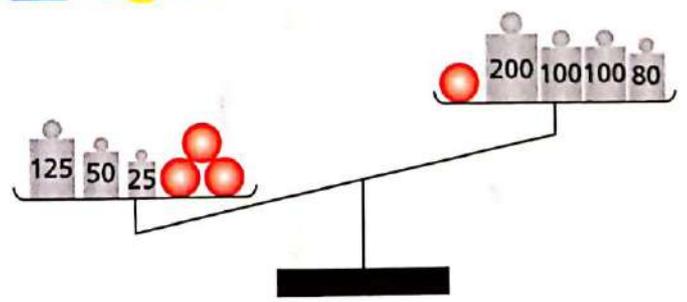


37 Pour quelles valeurs de x , le périmètre du rectangle bleu est-il supérieur ou égal à celui du rectangle jaune ?



38 Peter a opté pour un forfait téléphonique à $19,90$ € par mois. Il participe à un jeu en envoyant un SMS. Ce SMS lui est facturé $0,85$ € en plus de son forfait.
 Plus il joue, plus il a de chances de gagner. Combien, au maximum, peut-il envoyer de SMS s'il ne veut pas payer plus de 26 € par mois ?

39 DÉFI!



Si on ajoute une boule rouge sur le plateau de droite, celui-ci restera-t-il plus haut que le plateau de gauche ?

Calcul mental

40 Parmi les nombres suivants :
 1 ; -5 ; 2 ; $\frac{1}{2}$ et -1 , lesquels sont solutions de
 l'inéquation $-2x + 5 \geq 2$?

41 On considère un nombre x tel que $x < 4$.
 Que peut-on en déduire pour les expressions
 suivantes ?

- | | |
|------------|---------------|
| a) $x + 1$ | b) $-7x$ |
| c) $x - 6$ | d) $2x - 8$ |
| e) $3x$ | f) $-5x + 10$ |

42 Résoudre les inéquations suivantes.

- | | |
|--------------|----------------------|
| a) $4x < 12$ | b) $3x - 1 \geq 2$ |
| c) $-2y > 9$ | d) $-2t - 10 \leq 0$ |

Vocabulaire

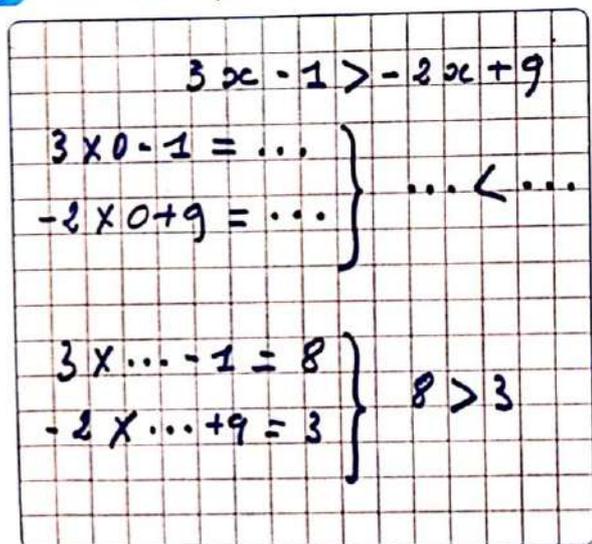
43 J'utilise un vocabulaire précis.



44 Traduire chacune des inégalités suivantes
 par une phrase.

- a) $x \geq 2$ b) $x \leq \frac{1}{2}$ c) $x < -1$ d) $x > -4$

45 Voici une copie incomplète d'élève.



- Recopier et compléter les pointillés.
- En utilisant les informations de cette copie, faire des phrases avec les mots « inéquation », « solution », « vérifiée », « inconnue », « membre ».

Ordre et opérations

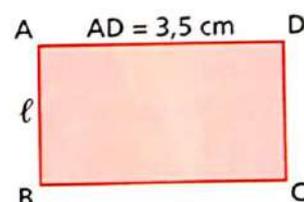
46 1. Recopier et compléter cet encadrement
 au dixième du nombre π . $\dots < \pi < \dots$

2. Un rond-point circulaire a un rayon de 29 m.
 a) Quelle est la longueur exacte L de ce
 rond-point ?
 b) En déduire un encadrement de L .

47 Par temps de pluie sur une route
 départementale, Lou roule entre 76 km/h
 et 80 km/h.

- Donner un encadrement de la distance d
 qu'elle peut parcourir en 2 heures.
- Donner un encadrement de la distance d
 qu'elle peut parcourir en 15 minutes.

48 La largeur ℓ
 du rectangle ci-contre est
 comprise entre 2,1 cm
 et 2,6 cm. Donner un
 encadrement de l'aire \mathcal{A}
 de ce rectangle.



Résolution d'inéquations

49 On considère l'inéquation suivante.

$$4x - \frac{1}{3} > \frac{4x}{3} - 7$$

- Le nombre 0 est-il solution de cette inéquation ?
- Le nombre 3 est-il solution de cette inéquation ?

50 Résoudre les inéquations suivantes puis
 représenter les solutions sur une droite graduée.

- $3x + 3 - 5x + 4 > -4x + 15$
- $-5x - (7x + 9) \leq 2x - 5$
- $4(2x - 1) - 3(x + 5) < -1$
- $\frac{2 - 3x}{7} > 0$

51 On considère l'inéquation $\frac{x-2}{3} < \frac{x+1}{2}$

- Multiplier les deux membres de cette
 inéquation par 6 et montrer que l'on obtient
 l'inéquation $2(x - 2) < 3(x + 1)$.
- Résoudre l'inéquation $2(x - 2) < 3(x + 1)$.
- En déduire les solutions de l'inéquation

$$\frac{x-2}{3} < \frac{x+1}{2}$$

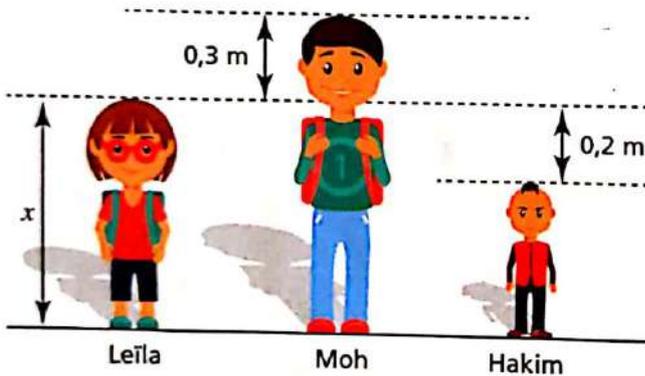
52 Traduire chacune des phrases suivantes par une inéquation puis la résoudre.

- Le triple de x est inférieur ou égal à 66.
- 6 retranché à y est supérieur à 5.
- z retranché à 11 est supérieur ou égal à -6 .
- Le double de t ajouté à 5 est inférieur à 21.
- La somme de x et de -3 est supérieure au double de la somme de x et de 4.
- La différence de t et $\frac{1}{2}$ est inférieure ou égale à la moitié de t ajoutée à 1.
- Le quotient de la somme de z et 2 par 3 est supérieur à 6.

Problèmes

53 Margot mesure moins de 1,52 m. Elle a grandi de 6 cm depuis l'été dernier. Combien mesurait-elle au maximum l'an passé ?

54 Les trois enfants d'une famille mesurent à eux trois, moins de 4,1 m. Moh mesure 30 cm de plus que Leïla et Hakim 20 cm de moins.



Combien chacun mesure-t-il au maximum ?

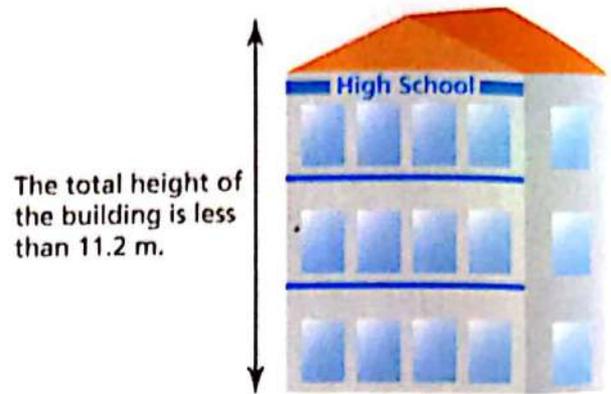
55 Monique achète 3 tablettes de chocolat identiques. Elle tend un billet de 20 € au vendeur qui lui rend une somme inférieure à 2 €.



Que peut-on dire du prix de la tablette ?

56  In English, please!

This High School has three floors. The roof's height is half a floor. Calculate the height of a floor.

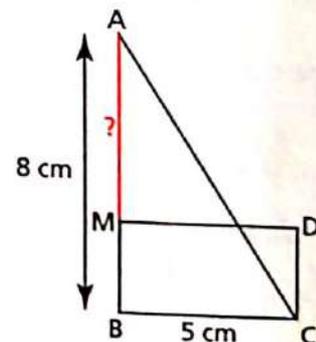


57 **DNB**

(D'après Amérique du Sud, novembre 2005.)

- Résoudre l'inéquation $x + 15 \geq \frac{2}{3}(x + 27)$.
- Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens. On envisage d'embaucher le même nombre x d'informaticiens et de mathématiciens. Combien faut-il embaucher de spécialistes de chaque sorte pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

58 ABC est un triangle rectangle en B. On place un point M sur le segment [AB] puis on construit le rectangle MBCD.



On souhaite déterminer la position du point M par rapport au point A telle que l'aire du triangle ABC soit inférieure ou égale à l'aire du rectangle MBCD.

- Traduire cet énoncé par une inéquation.
- Résoudre cette inéquation.
- -1 est-il solution de cette inéquation ? Si oui, cette valeur est-elle une solution possible du problème de départ ?
- Quelles sont les valeurs de AM pour lesquelles le souhait est réalisé ?

59 Fidèle ou non !!

Dans un magasin de prêt-à-porter, il existe deux tarifs pour les retouches (ourlets...). Voici l'affiche à l'entrée du magasin.

Tarif A : Vous avez adopté la carte de fidélité à 17 € par an. Ne payez que 2,50 € chaque retouche.

Tarif B : Vous n'avez pas la carte de fidélité. 1 retouche = 4,50 €.

Modéliser Déterminer à partir de combien d'articles à retoucher, le tarif A est plus avantageux que le tarif B.

60 La presse

Lilah achète assez souvent le magazine mensuel « Girlitas ».

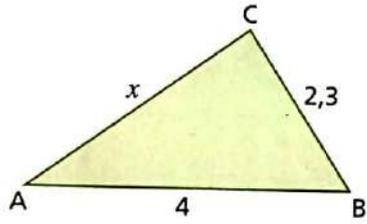
Elle hésite à prendre l'abonnement qui compte les 12 numéros mensuels et les 2 numéros « Hors-série », le tout pour 51,57 €.

Pour l'instant, elle paye 3,95 € les numéros mensuels et 4,95 € les numéros « Hors-série ».

Calculer En supposant qu'elle achète les 2 numéros Hors-série, à partir de combien de numéros mensuels achetés, l'abonnement sera-t-il le plus avantageux pour elle ?

61 Inégalité triangulaire

ABC est un triangle.



1. Pour quelles valeurs de x le triangle ABC est-il constructible ?

Représenter ces valeurs sur une droite graduée.

2. Déterminer toutes les valeurs de x pour lesquelles le périmètre de ABC est inférieur ou égal à 11 cm.

Représenter ces valeurs sur une droite graduée

3. Conclure.

62 Avoir la moyenne

Après cinq devoirs, Alan a obtenu une moyenne de 11,3.

Calculer Quelle note au minimum doit-il obtenir au 6^e devoir afin que sa moyenne soit supérieure ou égale à 10 ?

63 On donne l'inéquation $-5(1-x) > -7(-x+2)$ avec x un entier strictement positif.

Raisonner Démontrer que la somme des solutions de cette inéquation est égale à 10.

64 Un peu de probabilités

Dans une urne, il y a des boules rouges, bleues et blanches.

Au total, on compte 40 boules et il y a deux fois plus de boules bleues que de boules rouges.

On tire au hasard une boule de l'urne.

On sait que la probabilité d'obtenir une boule rouge est inférieure ou égale à 0,15.

1. Déterminer le nombre maximal de boules rouges dans cette urne.

2. En déduire, suivant le nombre de boules rouges dans l'urne, le nombre de boules des deux autres couleurs.

65 La somme de trois entiers relatifs consécutifs est comprise entre -1,5 et 2,4.

Raisonner Déterminer ces trois entiers.

CORRIGÉ

66 Je m'exerce pour le DNB

(D'après Amérique du Nord, juin 2006)

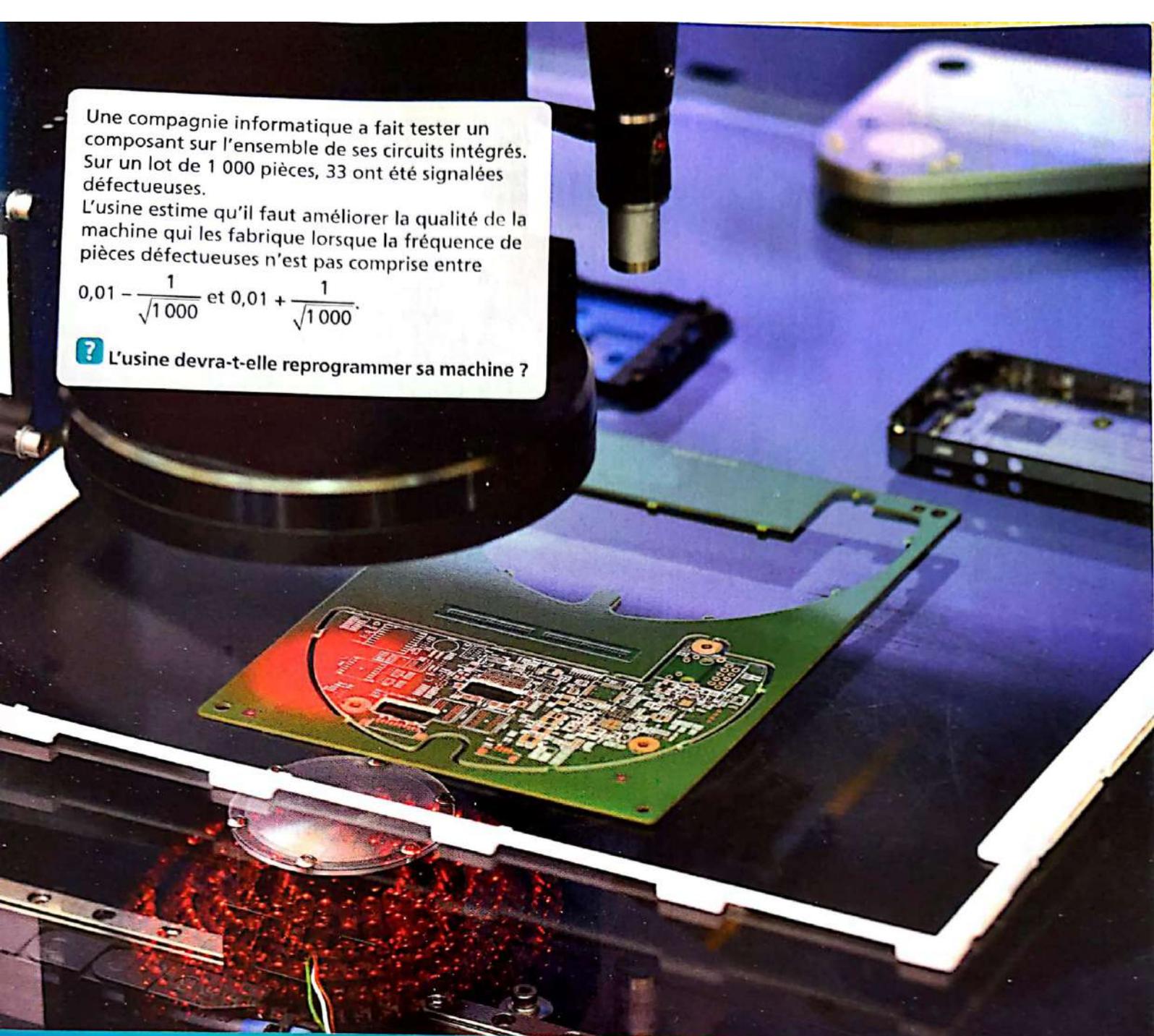
1. a) 60 est-il solution de l'inéquation $2,5x - 75 > 76$?

b) Résoudre l'inéquation et représenter les solutions sur un axe.

Hachurer la partie de l'axe qui ne correspond pas aux solutions.

2. Pendant la période estivale, un marchand de glaces a remarqué qu'il dépensait 75 € par semaine pour faire, en moyenne, 150 glaces. Sachant qu'une glace est vendue 2,50 €, combien doit-il vendre de glaces, au minimum, dans la semaine pour avoir un bénéfice supérieur à 76 € ? On expliquera la démarche.





Une compagnie informatique a fait tester un composant sur l'ensemble de ses circuits intégrés. Sur un lot de 1 000 pièces, 33 ont été signalées défectueuses.

L'usine estime qu'il faut améliorer la qualité de la machine qui les fabrique lorsque la fréquence de pièces défectueuses n'est pas comprise entre

$$0,01 - \frac{1}{\sqrt{1\,000}} \text{ et } 0,01 + \frac{1}{\sqrt{1\,000}}.$$

? L'usine devra-t-elle reprogrammer sa machine ?

Gestion de données

NOTIONS

19	Calculer des fréquences et des moyennes	98
20	Calculer une médiane dans un tableau avec effectifs	100

1 Les élèves d'une classe sont répartis de la façon suivante.

Sexe	Filles	Garçons
Effectif	16	9

- Calculer la fréquence des filles dans la classe.
- En déduire celle des garçons.

2 Dans un magazine on lit les données suivantes.

Destination préférée	Mer	Montagne	Campagne
Effectif	636	264	300

- Calculer la fréquence de personnes préférant :
 - partir à la mer.
 - partir à la montagne.
- En déduire celle des personnes préférant partir à la campagne.

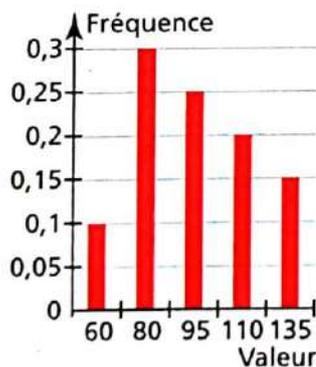
3 Calculer la moyenne de cette série.

Valeur	5	4
Fréquence	0,3	0,7

4 Calculer la moyenne de cette série.

Valeur	-2	-1	3
Fréquence	0,25	0,34	0,41

5 Le diagramme en bâtons ci-contre donne les fréquences de différentes valeurs d'une série. Calculer la moyenne de cette série.



Exercices d'entraînement

6 Voici la répartition des notes obtenues par une classe de 3^e à un contrôle.

Note	7	8,5	10	11	13	17
Fréquence	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{5}{27}$	$\frac{7}{27}$	$\frac{5}{27}$	$\frac{1}{27}$

Calculer la moyenne de cette classe à ce contrôle. Arrondir au dixième.

7 Voici les pointures de 25 filles d'un cours de danse.



- Calculer la fréquence de la pointure la plus présente.
- Recopier et compléter le tableau suivant.

Pointure	36	37	38	39	40	41
Fréquence						

- Calculer la pointure moyenne des danseuses.

8 L'équipe de la maternité de « Nacimiento » a relevé la taille des nouveau-nés dans le tableau suivant.

Taille (en cm)	Centre des classes	Fréquence
[47 ; 48[47,5	0,05
[48 ; 49[0,14
[49 ; 50[0,23
[50 ; 51[0,3
[51 ; 52[
[52 ; 53[0,07

Notation La classe [47 ; 48[signifie « la taille est comprise entre 47 cm inclus et 48 cm exclu. »

- Déterminer la fréquence manquante.
- Recopier et compléter le tableau.
- Calculer la taille moyenne d'un nouveau-né en prenant comme valeur le centre des classes. Arrondir au dixième.

9 DÉFI!

Ce tableau donne le nombre de morceaux de musique téléchargés par mois par un groupe d'élèves. La moyenne de morceaux téléchargés est de 70. Déterminer la classe manquante du tableau.

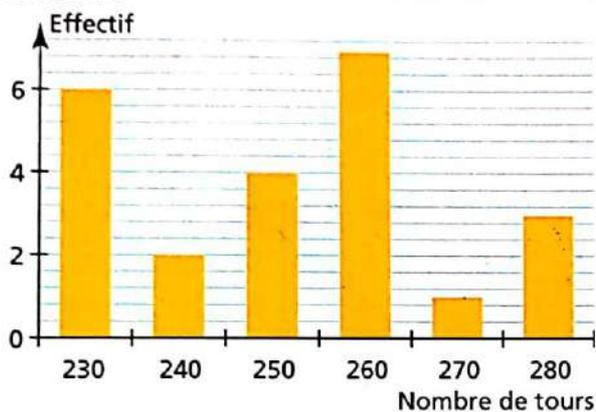
Nombre de morceaux	Fréquence
[0 ; 10[0,4
[10 ; 50[0,3
[50 ; 100[0,1
	0,2

Exercices d'application

10 Calculer l'étendue de chacune des séries de valeurs.

- a) 6 8 10 13 14 17
 b) 25 12 13 20 17 9 15
 c) 165 175 187 165 170

11 Le diagramme suivant donne le nombre de voitures ayant effectué un certain nombre de tours de circuit lors d'une compétition. Calculer l'étendue de cette série.



CORRIGÉ

12 Déterminer la médiane de chacune des séries de valeurs suivantes.

- a) 7 10 11 13 15 18 23
 b) -3 -2 0 5 10 11

13 Donner la position de la médiane pour chacune des séries suivantes.

a)

Valeur	1	2	3	4	5	6	7
Effectif	11	20	9	7	29	32	15

b)

Valeur	-5	-4	-3	-2	-1	0
Effectif	5	15	25	1	20	10

14 Des personnes ont répondu à la question : « Quel est votre budget « pain » par jour ? »

Budget (€)	1	1,20	1,40	1,60	1,80	2
Effectif	4	7	8	10	9	3

- Calculer l'effectif total.
- Déterminer le nombre de personnes qui dépensent :
 - 1,20 € ou moins
 - 1,60 € ou moins.

3. Recopier et compléter le tableau suivant.

Valeur	≤ 1	$\leq 1,20$	$\leq 1,40$	$\leq 1,60$	$\leq 1,80$	≤ 2
Effectifs cumulés	4					

4. Déterminer la médiane de cette série.

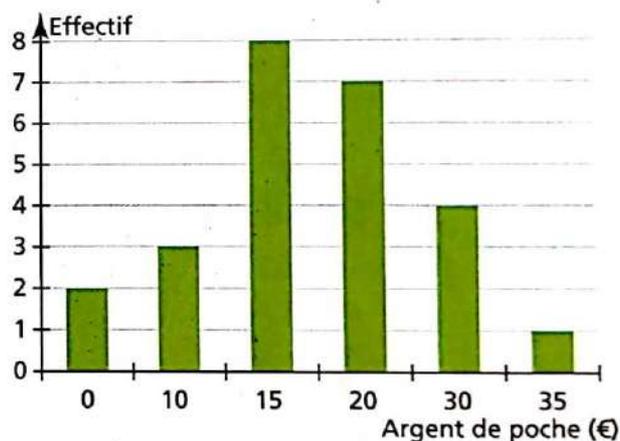
Exercices d'entraînement

15 On a relevé la température à un même instant mais à des endroits différents.

T (en °C)	-11	-7	-1	2	5	6
Effectif	7	3	5	11	6	2

- Combien de relevés ont été effectués ?
- À combien d'endroits, la température est-elle inférieure ou égale à -1 °C ? à 5 °C ?
- Construire le tableau des effectifs cumulés.
- a) Déterminer la médiane de cette série.
 b) Interpréter le résultat.

16 On a demandé à des élèves la somme d'argent de poche que leurs parents leur donnent chaque mois. Voici les résultats.



- Calculer l'étendue de cette série de valeurs.
- Recopier et compléter le tableau suivant.

Argent de poche (en €)	0	10	15	20	30	35
Effectif						

- Construire le tableau d'effectifs cumulés.
- a) Déterminer la médiane de cette série.
 b) Interpréter le résultat.

17 DÉFI!

Voici une série de valeurs dont les effectifs sont donnés dans le tableau suivant.

Valeur	9	9,5	10	10,5	11	11,5
Effectif	13	26	52	39	13	x

Déterminer une valeur possible de x de telle sorte que la médiane de cette série soit 10.

Calcul mental

18 Déterminer l'étendue des séries suivantes.

- a) 5,1 10 3 2,2 8
 b) -1,1 1,01 1,1 -0,2 1,02

19 On considère la série de valeurs suivante.

Valeur	2	5	6	9	11	18	21	27
Fréquence		0,2	0,1	0,3		0,2	0,05	0,05

Calculer les fréquences manquantes en sachant que la fréquence de la valeur 2 est la même que celle de la valeur 11.

20 Calculer la moyenne de la série suivante.

Valeur	10	11
Fréquence	0,6	0,4

21 Déterminer la médiane de la série suivante.

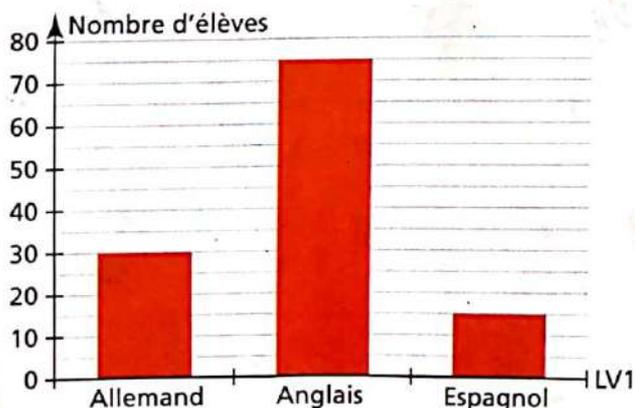
Valeur	3	5	7	9	11
Effectif	3	4	2	2	1

Vocabulaire

22 J'utilise un vocabulaire précis.



23 Voici la répartition des élèves de Terminale d'un lycée général suivant leur LV1.



Recopier et compléter les phrases suivantes.

- a) L'effectif ... de cette série est
 b) L'effectif des élèves pratiquant l'Anglais en LV1 est
 c) Il y a ... % des élèves de Terminale qui pratiquent la LV1 Allemand.
 d) La ... des élèves pratiquant la LV1 Anglais est

Calculs de fréquences et de moyennes

24 Dans un tableur, on a répertorié le nombre de naissances en France métropolitaine pour chaque mois de l'année 2014.

	A	B
1	Mois	Nombre de naissances
2	janvier	67 011
3	février	60 373
4	mars	64 557
5	avril	60 665
6	mai	64 527
7	juin	65 018
8	juillet	68 465
9	août	66 837
10	septembre	67 426
11	octobre	67 637
12	novembre	63 078
13	décembre	65 573
14		
15	TOTAL	

1. a) Quelle formule peut-on écrire dans la cellule B15 afin d'avoir le nombre total de naissances en 2014 ?

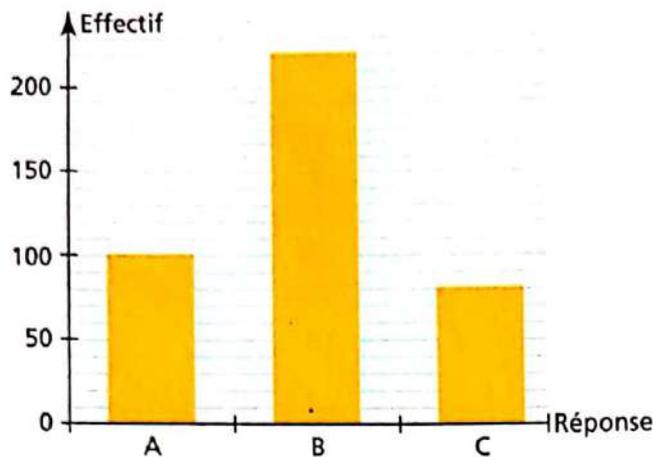
b) Quel nombre va alors s'afficher ?

2. Calculer la fréquence du nombre de naissances aux mois de février et de juillet. Arrondir au centième.

3. En moyenne, combien y a-t-il eu de naissances par jour en 2014 ?



25 Au cours d'un jeu télévisé, le public répond à une question à choix multiple de la façon suivante.



1. Quelle est la fréquence de la réponse A exprimée en écriture décimale ?
2. Quelle est la fréquence de la réponse B exprimée sous forme fractionnaire ?
3. Quelle est la fréquence de la réponse C exprimée en pourcentage ?

26 On a relevé la distance « domicile-travail » parcourue par les employés d'une entreprise.

Distance (en km)	Fréquence (en %)
[0 ; 5[24
[5 ; 10[30
[10 ; 15[19
[15 ; 20[16
[20 ; 25[4
[25 ; 30[7

Calculer la distance moyenne « domicile-travail » parcourue par les employés de cette entreprise. Utiliser le centre des classes.

Calculer une médiane

27 Durant 15 jours en février, on a relevé les températures.

Température (en °C)	-4	-1,5	-0,5	1	2
Effectif	2	3	1	4	5

1. Construire le tableau des effectifs cumulés.
2. a) Déterminer la température médiane sur cette période.
b) Recopier et compléter la phrase suivante.
« Au moins 50 % des températures relevées sont ... ou égales à ... °C.

28 On a relevé le prix d'un même home cinéma dans plusieurs magasins. On a dressé le tableau suivant.

Prix (en €)	379	399	399,90	401
Effectif	4	9	11	1

1. Calculer la moyenne des prix pour ce home cinéma.
2. Après avoir construit le tableau des effectifs cumulés, déterminer le prix médian de ce home cinéma.

Problèmes

29 Conclusion trop hâtive

Chantal est à la recherche d'un emploi. Elle est intéressée par deux entreprises : Chic et Choc. Elle a obtenu les informations suivantes.

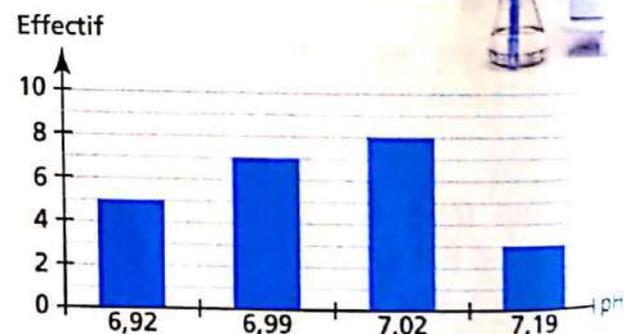
	Salaires moyens (€)		Fréquences H/F (%)	
	Homme	Femme	Homme	Femme
Chic	2 134	1 524	50	50
Choc	2 287	1 677	20	80

Claude, son fils, lui affirme : « En moyenne, un salarié est mieux payé chez Choc ».

Chercher Chantal est sceptique. Expliquer pourquoi.

30 Maths et Chimie

En TP de chimie, une classe doit mesurer le pH de l'eau à l'aide d'un pH-mètre. Voici les résultats obtenus.



1. Déterminer la fréquence de chaque mesure de pH obtenue. Donner la valeur exacte puis arrondir au centième.
2. **Calculer** En déduire le pH moyen des mesures faites par cette classe. Donner la valeur exacte, puis arrondir au centième.
3. Déterminer l'étendue de cette série.
4. Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.

31 Fabrication à la chaîne

Dans une usine, une machine fabrique des pièces cylindriques de diamètre 35 mm, en théorie. Dans un lot de 40 pièces, on a mesuré les diamètres. Voici les résultats.

35,1	34,5	34,9	35	34,9	35,8	35	34,8
35,2	35,2	34,3	34,7	35,2	35,1	34,9	34,7
35,3	35	34,5	35,3	35,1	34,9	34,8	35,6
35,2	35,7	34,6	34,9	34,9	35	34,6	35
35,3	34,5	34,9	34,8	35	34,9	35,1	35,2

1. a) Regrouper ces données dans un tableau de ce type.

Diamètre (en mm)	[34,2 ; 34,4[[34,4 ; 34,6[
Effectif			

b) Calculer le diamètre moyen des pièces de ce lot.
c) Construire le tableau des effectifs cumulés.
d) En déduire la classe où se situe la médiane.

2. En utilisant le tableau de l'énoncé, calculer :

a) le diamètre moyen d'une pièce.
b) le diamètre médian des pièces de ce lot.

3. **Communiquer** Comparer les résultats des questions 1. et 2.

4. La machine est jugée fiable si :

- la moyenne est comprise entre 34,95 et 35,05.
- au moins 75 % des pièces ont un diamètre compris entre 34,8 et 35,4 mm.

La machine est-elle fiable ? Justifier.

32 DNB (D'après Métropole, 2013)

Ces informations concernent les salaires des hommes et des femmes d'une même entreprise.

Salaires des femmes

1 200 € 1 230 € 1 250 € 1 310 € 1 376 €
1 400 € 1 440 € 1 500 € 1 700 € 2 100 €

Salaires des hommes

Effectif total : 20 Étendue : 2 400 €
Moyenne : 1 769 € Médiane : 2 000 €
Les salaires des hommes sont tous différents.

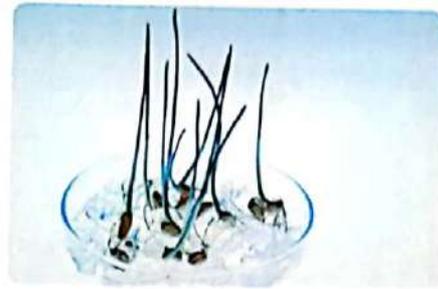
1. Comparer le salaire moyen des hommes et celui des femmes.
2. On tire au sort une personne dans l'entreprise. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?
3. Le plus bas salaire de l'entreprise est de 1 000 €. Quel salaire est le plus élevé ?
4. Dans cette entreprise, combien de personnes gagnent plus de 2 000 € ?

CORRIGÉ

33 Je m'exerce pour le DNB

(D'après Pondichéry, avril 2013)

Un professeur de SVT demande aux 29 élèves d'une classe de sixième de faire germer des graines de blé chez eux.



Le professeur donne un protocole expérimental à suivre.

1. Mettre en culture sur du coton dans une boîte placée dans une pièce éclairée, de température entre 20 °C et 25 °C.
2. Arroser une fois par jour.
3. Il est possible de couvrir les graines avec un film transparent pour éviter l'évaporation de l'eau.

Le tableau suivant donne la taille des plantules (petites plantes) des 29 élèves à 10 jours après la mise en germination.

Taille (en cm)	0	8	12	14	16	17
Effectif	1	2	2	4	2	2
Taille (en cm)	18	19	20	21	22	
Effectif	3	3	4	4	2	

1. Combien de plantules ont une taille qui mesure au plus 12 cm ?
2. Donner l'étendue de cette série.
3. Calculer la moyenne de cette série. Arrondir au dixième.
4. Déterminer la médiane de cette série et interpréter le résultat.
5. On considère qu'un élève a bien respecté le protocole si la taille de la plantule à 10 jours est supérieure ou égale à 14 cm. Quel pourcentage des élèves de la classe a bien respecté le protocole ?
6. Le professeur a fait lui-même cette expérience en suivant le même protocole. Il a relevé la taille obtenue à 10 jours de germination.
Raisonner Prouver que, si on ajoute la donnée du professeur à cette série, la médiane ne changera pas.



Le jeu de franc carreau consiste à jeter des palets sur un carrelage et à observer où ils atterrissent.

Si le palet se trouve entièrement sur un seul carreau, on a gagné, sinon on a perdu.

? La chance de gagner dépend-elle de la taille du palet ?
Comment déterminer la chance de gagner ?

Probabilités

NOTIONS

21 Faire le lien entre fréquences et probabilités	110
22 Calculer des probabilités	112
23 Construire un arbre pondéré à deux étapes	114

Exercices d'application

CORRIGÉ

1 On lance une punaise et on note dans quelle position elle retombe.



Pointe en bas Pointe en haut

Au bout de 4 612 lancers, la punaise est retombée 1 752 fois « Pointe en haut ».

Lassé de répéter l'expérience, on déclare que la probabilité que la punaise soit « Pointe en haut » est égale à 0,38. Expliquer ce choix.

2 Une machine doit couper des morceaux de bois de 2,50 m de long. Voici les résultats obtenus lors d'un contrôle pour savoir si les morceaux sont de la bonne longueur.

	Longueur trop courte	Bonne longueur	Longueur trop longue
Nombre de morceaux	590	13 560	850

1. Calculer la fréquence correspondant à chaque cas (arrondir au millième).

2. On choisit au hasard un morceau à la sortie de la machine.

On considère les événements suivants.

- C l'évènement : « Le morceau est trop court ».
- B l'évènement : « Le morceau est de bonne longueur ».
- L l'évènement : « Le morceau est trop long ».

Déterminer une valeur approchée au millième de $p(C)$; $p(B)$ et $p(L)$.

Exercices d'entraînement

3 Dans une piscine, le pH doit se maintenir entre 7,2 et 7,7. Le pH mesure l'acidité ou la basicité d'une solution. Voici le relevé journalier de cette mesure sur 3 ans.



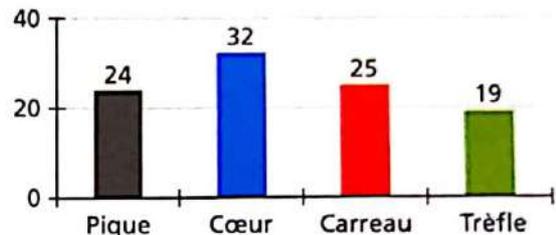
pH	$pH < 7,2$	$7,2 \leq pH \leq 7,7$	$pH > 7,7$	Total
Nombre de mesures	65	975	55	1 095
Fréquence fractionnaire				
Fréquence décimale				

1. Recopier et compléter le tableau précédent.
2. Soit E l'évènement « La mesure trouvée du pH permettra d'ouvrir la piscine demain matin ». Attribuer une probabilité à cet évènement E.

4 On considère l'expérience aléatoire suivante.

On tire une carte dans un jeu de 32 cartes constitué de 4 familles : 8 piques, 8 cœurs, 8 carreaux et 8 trèfles. On note la famille obtenue, puis on remet la carte dans le jeu et on mélange.

On a répété 100 fois cette expérience et on a obtenu le graphique suivant.



1. À partir du graphique, calculer la fréquence d'apparition :

- a) d'un pique ;
- b) d'un cœur ;
- c) d'un carreau ;
- d) d'un trèfle.

2. Calculer la probabilité d'obtenir :

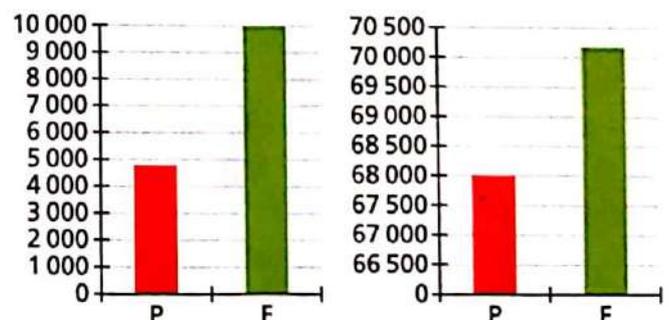
- a) un pique ;
- b) un cœur ;
- c) un carreau ;
- d) un trèfle.

3. Comparer les résultats obtenus en 1. et 2. Expliquer.

5 DÉFI!

On a simulé 100 000 fois le lancer d'une pièce P1 à l'aide d'un tableur puis on a recommencé avec une autre pièce P2.

On a construit les deux graphiques suivants qui ont la même allure.



Pour la pièce P1

Pour la pièce P2

Peut-on penser qu'une des deux pièces est truquée ? Laquelle ? Pourquoi ?

Exercices d'application

CORRIGÉ

6 Un sac contient 11 perles : 5 perles rouges ; 4 perles jaunes et 2 perles bleues.

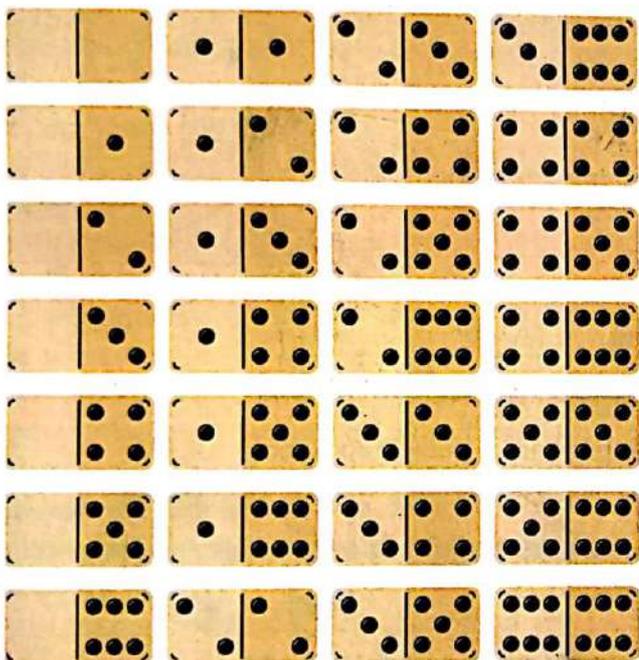
On tire une perle au hasard et on note sa couleur.

1. Déterminer la probabilité d'obtenir :

- une perle rouge ;
- une perle jaune.

2. Calculer de deux façons différentes la probabilité d'obtenir une perle rouge ou une perle jaune.

7 On considère un jeu de dominos, constitué de 28 pièces.



1. On tire une pièce de ce jeu au hasard et on note le total des points de la pièce.

Compter le nombre d'issues possibles dans cette expérience.

2. On considère l'évènement A : « Le total des points de la pièce tirée est 7 ».

Compter le nombre d'issues possibles pour A.

3. a) Déterminer $p(A)$ et donner le résultat sous forme de pourcentage.

b) Définir par une phrase l'évènement « Non A ».

c) Déterminer $p(\text{Non A})$.

4. Pour cette expérience, définir par une phrase :

- un évènement impossible ;
- un évènement certain.

5. Définir par une phrase un évènement incompatible avec l'évènement A.

8 On tire au hasard une lettre du mot OISEAU.

On note A l'évènement : « Obtenir une voyelle ».

1. Déterminer $p(A)$.

2. a) Définir par une phrase l'évènement « Non A ».

b) Calculer $p(\text{Non A})$.

Exercices d'entraînement

9 La maman de Léo vient de fabriquer des macarons. Elle les dépose sur une plaque. Très gourmand, Léo attrape un macaron au hasard et le mange.



On considère les évènements suivants.

• A l'évènement : « Léo a pris un macaron à la framboise ».

• B l'évènement : « Léo a pris un macaron portant un numéro pair ».

• C l'évènement : « Léo a pris un macaron au chocolat portant un numéro pair ».

1. Déterminer la probabilité de chacun des évènements A, B et C. Exprimer ces résultats sous forme de fractions.

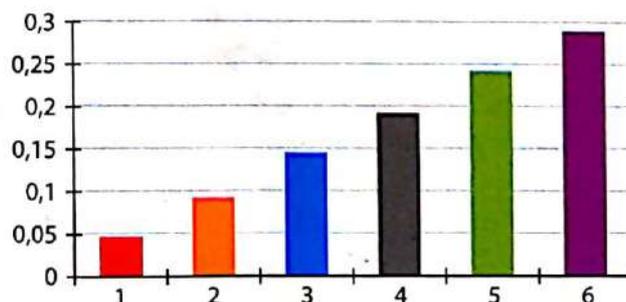
2. Les évènements B et A sont-ils incompatibles ? Calculer $p(A \text{ ou } B)$.

3. Définir par une phrase l'évènement « Non A ». Calculer $p(\text{Non A})$.

4. Définir par une phrase l'évènement « Non B ». Calculer $p(\text{Non B})$.

10 DÉFI!

Un dé à six faces est truqué : chaque face a une probabilité d'apparition proportionnelle au numéro porté par cette face, comme le montre le graphique ci-dessous.

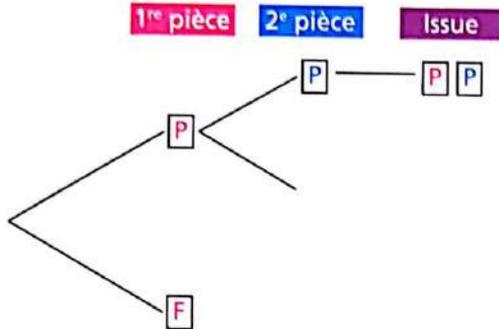


Quelle est la probabilité de sortie de chaque face ?

Exercices d'application

CORRIGÉ

11 On lance une pièce de monnaie et on note si elle tombe sur pile (noté P) ou sur face (noté F). On lance une seconde fois la pièce et on note à nouveau sur quel côté elle est tombée. Pour représenter cette expérience on a commencé l'arbre ci-dessous.



Recopier et compléter l'arbre en n'oubliant pas d'indiquer les probabilités sur chaque branche et après chaque issue.

12 Dans un tiroir de la cuisine de Claudia, il y a huit paquets de pâtes

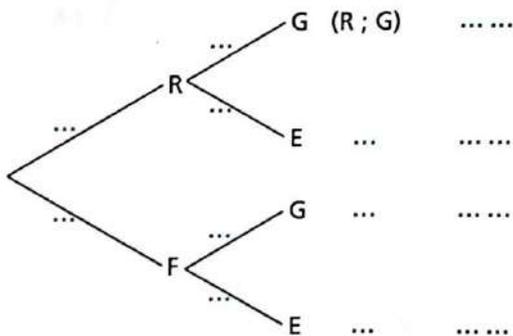


indiscernables au toucher : cinq paquets de pâtes Rotini (R) et trois paquets de pâtes Fiori (F). Dans un autre tiroir se trouvent dix sachets de fromage indiscernables au toucher : quatre sachets d'emmental (E) et six sachets de gruyère (G).

Pour préparer sa recette, Claudia prend au hasard un paquet de pâtes puis un sachet de fromage.

1. Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci-dessous correspondant à cette situation.

Étape 1 Étape 2 Issues Probabilités



- Calculer la probabilité de chaque issue.
- Claudia a-t-elle plus de chances de réaliser une recette avec des pâtes Rotini et du gruyère ou bien des pâtes Fiori et de l'emmental ?

Exercices d'entraînement

13 Dans une ferme, on commercialise trois types de briques de lait.



On sait que :

- $\frac{2}{20}$ des briques contiennent du lait entier, $\frac{15}{20}$ des briques contiennent du lait demi-écrémé et les autres contiennent du lait écrémé ;
- le lait est, soit vitaminé, soit non vitaminé ;
- $\frac{1}{2}$ des briques de lait entier est du lait vitaminé ;
- $\frac{1}{3}$ des briques de lait demi-écrémé est du lait vitaminé ;
- $\frac{1}{6}$ des briques de lait écrémé est du lait vitaminé.

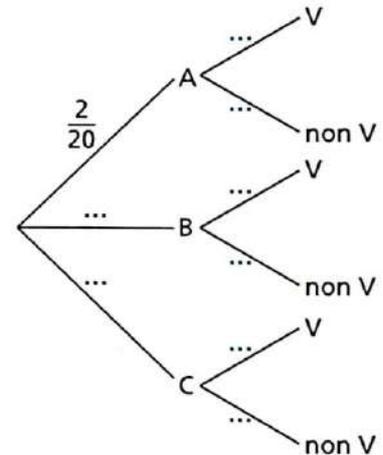
On considère les événements suivants.

- A : « La brique contient du lait entier ».
- B : « La brique contient du lait demi-écrémé ».
- C : « La brique contient du lait écrémé ».
- V : « Le lait est de qualité vitaminé ».

1. Définir par une phrase l'évènement : « Non V ».

2. Reproduire et compléter l'arbre pondéré ci-contre.

3. On choisit au hasard une brique de lait. Quelle est la probabilité d'obtenir une brique de lait demi-écrémé vitaminé ?



14 DÉFI!

On tire au hasard un jeton dans la boîte A et on note son numéro.



Boîte A



Boîte B

Ensuite on tire au hasard un

jeton dans la boîte B et on note son numéro. On a ainsi formé un nombre à deux chiffres.

- Peut-on obtenir le nombre 41 ? le nombre 34 ?
- Construire un arbre pondéré à deux étapes pour représenter cette expérience.
- Quelle est la probabilité que le nombre à deux chiffres obtenu soit :
 - 12 ?
 - un multiple de 2 ?
 - un multiple de 4 ?
 - un nombre premier ?

Calcul mental

15 Dans une classe, la probabilité d'être fils ou fille unique est de 0,42. Quelle est la probabilité de ne pas être fils ou fille unique ?

16 Une boîte contient deux craies roses, deux craies jaunes, deux craies oranges, deux craies vertes et deux craies bleues. On attrape une craie au hasard.



1. Quelle est la probabilité :
 - a) d'attraper une craie rose ?
 - b) d'attraper une craie jaune ?
 - c) de ne pas attraper une craie blanche ?
 - d) d'attraper une craie rose ou une craie jaune ?
2. On prend une craie puis une seconde sans remettre la première. Quelle est la probabilité de prendre deux craies rose ? deux craies bleues ?

Vocabulaire

17 J'utilise un vocabulaire précis.

lienmini.fr/delta3-029

↳ Exercice interactif

Comprendre une probabilité

18 Une mathématicienne est enceinte. Un de ses amis lui demande : « Alors, garçon ou fille ? » Elle répond : « Oui ». Expliquer sa réponse.

19 Marco lance une pièce non truquée et obtient 5 fois de suite le côté face. Il lance la pièce une 6^e fois.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir « Face » au 6^e lancer ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir 2 fois le côté « Face » en 2 lancers ?

Approche fréquentiste d'une probabilité

20 Le bulletin météo du jour prévoit que de 12 h à 18 h la probabilité qu'il pleuve est de 30 %. Laquelle des informations suivantes est la meilleure interprétation du bulletin ?

- a) Il va pleuvoir sur 30 % de la zone concernée par les précipitations.
- b) Il pleuvra 30 % des 6 heures.
- c) Dans cette zone, 30 personnes sur 100 auront de la pluie.
- d) Si la même prévision était faite sur 100 jours, il pleuvrait à peu près 30 jours sur 100.
- e) La quantité de pluie tombée sera 30 % de celle tombée lors des 100 derniers jours.

Source PISA

21 Lors d'une élection, quatre personnes sont candidates : AG ; BG ; CK et DK. Elles recueillent respectivement : 813, 1 356, 1 512 et 418 voix. 436 électeurs ont voté blanc ou nul. À la sortie de la salle de vote, un institut de sondage interroge un électeur.

Quelle est la probabilité que cet électeur :

- ait voté blanc ou nul ?
- ait voté pour BG ?
- n'ait pas voté pour BG ?
- ait voté pour BG ou pour AG ?

Calcul de probabilités

22 Sur chaque face d'un dé cubique équilibré on écrit une des lettres du mot : BREVET. On lance le dé et on note la lettre inscrite sur la face supérieure.

1. Quelles sont les issues possibles de cette expérience ?
2. Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants.
 - E : « On obtient la lettre E ».
 - Non E : « On n'obtient pas la lettre E ».
 - C : « On obtient une consonne ».
 - A : « On obtient une lettre du mot REÇU ».
 - I : « On obtient une lettre du mot JUIN ».
 - L : « On obtient une lettre du mot BREVETÉ ».

23 **DNB** (D'après Amérique du Sud, 2011)

Un sac contient six jetons rouges et deux jetons jaunes.

- On tire au hasard un jeton, chacun d'eux ayant la même probabilité d'être tiré.
 - Calculer la probabilité de tirer un jeton rouge.
 - Calculer la probabilité de tirer un jeton jaune.
- On ajoute dans ce sac des jetons verts. Le sac contient alors six jetons rouges, deux jetons jaunes et les jetons verts. On tire un jeton au hasard. Sachant que la probabilité de tirer un jeton vert est égale à $\frac{1}{2}$, calculer le nombre de jetons verts.

Arbres pondérés à deux épreuves

24 Lors d'un échange culturel franco-allemand 150 personnes se rassemblent pour former une immense chorale.



Le tableau ci-dessous indique la répartition dans ce groupe.

	Filles	Garçons	Total
Choristes allemands		46	84
Choristes français			
Total		70	

- Recopier puis compléter le tableau.
- On choisit au hasard une personne dans cette chorale.
 - Peut-on dire qu'il y a plus d'une chance sur deux pour que ce soit un garçon ?
 - Quelle est la probabilité que ce choriste soit de nationalité allemande ?
- La personne choisie est de nationalité française, quelle est la probabilité pour qu'il s'agisse d'une fille ?
- On s'intéresse maintenant à la nationalité puis au sexe (fille ou garçon). Dessiner un arbre pondéré qui représente cette expérience à deux étapes.

25 Une coopérative

vend un important lot d'œufs de trois tailles différentes.

20 % des œufs sont petits, 50 % sont moyens et 30 % sont gros.



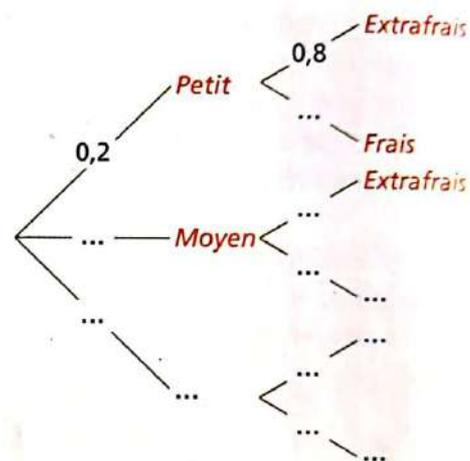
Les œufs sont de deux qualités : « extrafrais » car pondus depuis moins de 9 jours ou « frais » car pondus entre 10 et 28 jours plus tôt.

On a remarqué que :

- 80 % des « petits œufs » sont extrafrais ;
- 50 % des « œufs moyens » sont extrafrais ;
- 20 % des « gros œufs » sont extrafrais.

Dans ce lot, on prélève un œuf, au hasard, et on note sa taille et sa qualité.

1. Recopier puis compléter l'arbre pondéré ci-dessous correspondant à cette expérience



- On tire un œuf au hasard dans le lot, quelle est la probabilité d'obtenir :
 - un petit œuf extrafrais ?
 - un petit œuf frais ?
- Calculer la probabilité de chacune des branches de cet arbre pondéré.
- On tire un œuf au hasard dans le lot, quel est la probabilité d'obtenir un œuf extrafrais ?

26 En 3^eA, 15 élèves sont des filles et 10 sont des garçons. 6 filles portent des lunettes ainsi que 4 garçons.

En créant un nombre aléatoire avec sa calculatrice le professeur interroge un élève au hasard.

- Quelle est la probabilité pour que l'élève interrogé soit une fille ?
- Quelle est la probabilité pour que l'élève interrogé soit une fille portant des lunettes ?
- Quelle est la probabilité pour que l'élève interrogé porte des lunettes ?

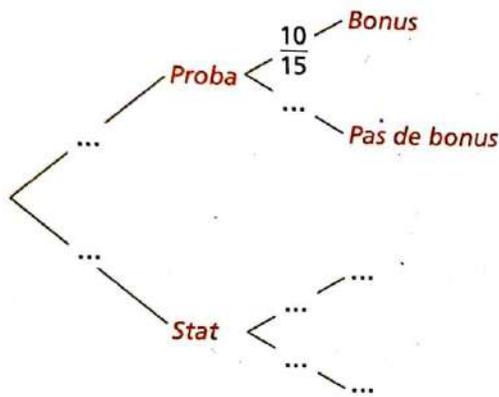
27 Lors du dernier contrôle de maths, pour gagner un bonus les élèves avaient le choix entre un exercice sur les probabilités ou un exercice sur les statistiques.

Quinze élèves ont choisi l'exercice sur les probabilités et les dix autres ont choisi l'exercice de statistiques.

Au final dix élèves ont eu le bonus en traitant l'exercice sur les probabilités tandis que sept l'ont obtenu en traitant l'exercice de statistiques. On tire une copie au hasard dans le paquet et on s'intéresse :

- d'abord au type d'exercice traité (probabilité ou statistiques) ;
- ensuite au gain ou non du bonus.

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



2. a) En utilisant l'arbre pondéré, calculer les probabilités qui correspondent à chacune des autres issues.

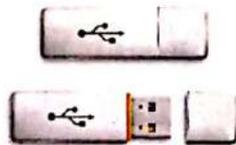
b) On tire au hasard une copie, quelle est la probabilité pour que la copie ait obtenu un bonus ?

Problèmes

28 Une boîte contient des clés USB de deux marques différentes.

- Douze clés IntheK dont la connectique est en USB3 (deux de capacités 2 Go, quatre de capacités 4 Go et six de capacité 8 Go) ;
- Huit clés Musb dont la connectique est en micro USB (quatre de capacité 4 Go, trois de capacité 8 Go et une de capacité 16 Go). Toutes ces clés sont indiscernables et se trouvent dans une même boîte.

On tire au hasard l'une de ces clés.



- Quelle est la probabilité pour que la clé prise soit de marque IntheK ?
 - Dessiner l'arbre pondéré qui correspond à cette épreuve.
- On s'intéresse maintenant à la marque mais aussi à la capacité de la clé prise.
 - Compléter l'arbre précédent pour obtenir l'arbre pondéré qui correspond à cette expérience en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante.
 - Quelle est la probabilité que la clé prise ait une capacité de 16 Go ? de 2 Go ?
- Calculer sous forme de fraction simplifiée puis sous forme décimale la probabilité de chacune des issues possibles.
 - Y a-t-il plus de chances de prendre une clé de 4 Go ou de prendre une clé de 8 Go ? Justifier la réponse.

CORRIGÉ

29 Je m'exerce pour le DNB

(D'après Métropole Antilles Guyane, 2014)

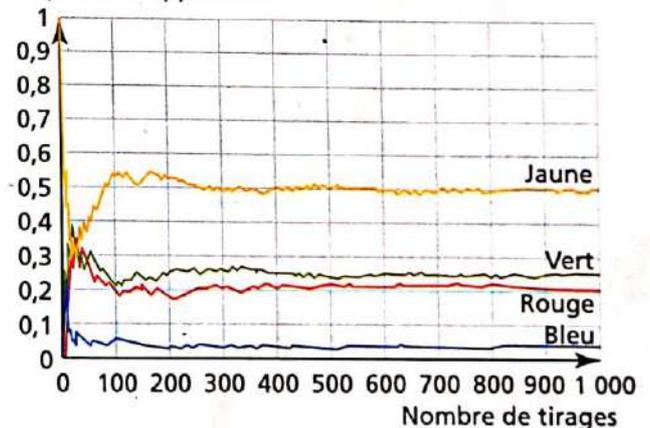
Un sac contient 20 jetons qui sont soit jaunes, soit rouges, soit bleus.

On considère l'expérience suivante : tirer au hasard un jeton, noter sa couleur et le remettre dans le sac. Chaque jeton a la même probabilité d'être tiré.

Avec un tableur, le professeur, qui connaît la composition du sac, a simulé un grand nombre de fois l'expérience.

Voici le graphique qu'il a obtenu.

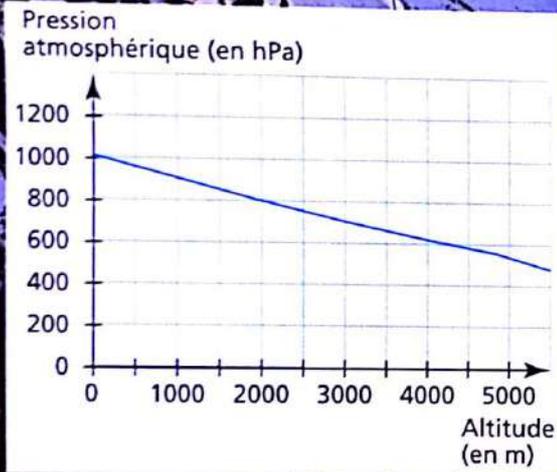
Fréquence d'apparition



- Chercher** Quelle est la couleur la plus présente dans le sac ?
- On sait que la probabilité de tirer un jeton rouge est de $\frac{1}{5}$. Combien y a-t-il de jetons rouges dans le sac ?

Le mont Blanc culmine à 4 810 m d'altitude et Chamonix se situe à 1 035 m d'altitude.

? Peut-on estimer la pression atmosphérique à ces deux endroits ?



Notion de fonctions

NOTIONS

- 24** Découvrir les notions de fonction, d'image et d'antécédent 124
- 25** Lire graphiquement des images et des antécédents 126
- 26** Utiliser les différentes représentations d'une fonction 128

Exercices d'application

CORRIGÉ

1 On considère une fonction f telle que $f(3) = -2$. Recopier et compléter les phrases suivantes.

- a) L'image de ... par la fonction ... est
 b) Un antécédent de ... par la fonction ... est

2 Parmi les fonctions suivantes, trouver celle(s) qui, à un nombre x , associe son triple.

- a) $f : x \mapsto x + 3$ b) $g(x) = 4x - x$
 c) $h : x \mapsto 3x$ d) $j(x) = 3x^2$
 e) $k(x) = 3x$

3 On considère le programme de calcul ci-dessous.

- Choisir un nombre
- Ajouter 3
- Multiplier par -2

Associer à ce programme de calcul la fonction correspondante parmi :

- a) $f(x) = -2x + 3$ b) $g(x) = -2(x - 3)$
 c) $h(x) = -2(x + 3)$

Exercices d'entraînement

4 On définit la fonction t qui, à la masse d'une lettre, associe son tarif pour la France d'outre-mer.



Masse jusqu'à (en g)	20	50	100	250	500	1 000	2 000
Tarif (en €)	0,80	1,85	3,70	6,05	8,90	5	10

- Quelle est l'image de 100 par t ? Interpréter ce résultat dans le cadre du problème.
- Donner un antécédent de 8,90 par la fonction t . Qu'est-ce que cela signifie ?

5 On considère une fonction h telle que :

$h : 2 \mapsto 3$ $h : 3 \mapsto -2$ $h : -1 \mapsto 0$
 $h : 1 \mapsto -2$ $h : -2 \mapsto 3$ $h : 0 \mapsto 1$

- Quelle est l'image de -2 par la fonction h ?
- Quelle est l'image de -1 par la fonction h ?
- Compléter les égalités suivantes.
 a) $h(\dots) = -2$ b) $h(\dots) = 1$

6 On considère une fonction g telle que :

$g(2) = -2$ $g(0) = 2$ $g(-1) = -3$
 $g(3) = -1$ $g(-2) = 2$ $g(-3) = 0$

- L'image de -2 par la fonction g est :
 a) 2 b) -2 c) 3
- L'image de 0 par la fonction g est :
 a) 2 b) -2 c) 0
- Un antécédent de -2 par la fonction g est :
 a) 2 b) -2 c) 0
- Un antécédent de -1 par la fonction g est :
 a) 3 b) 0 c) -3

7 Soit f une fonction. On considère le tableau de valeurs suivant.

x	-3	-1	1	2	3
$f(x)$	-1	0	1	-1	2

- Donner l'image de -1 par f , puis l'image de 3.
- Donner $f(1)$ et $f(-3)$.
- Dans ce tableau, -3 a-t-il un antécédent par f ?
- Donner un ou des antécédents de -1 par f .

8 On considère la fonction f qui à un nombre x fait correspondre sa moitié.

- Recopier et compléter :
 a) $f(10) = \dots$ b) $f(-7) = \dots$
 c) $f : 15 \mapsto \dots$ d) $f : 0 \mapsto \dots$
 e) $f(\dots) = 3$ f) $f : x \mapsto \dots$
- Recommencer l'exercice avec la fonction g définie par $g(x) = x + 2$.

9 On considère le programme de calcul suivant.

- Choisir un nombre
- Prendre son carré
- Ajouter 4
- Prendre l'inverse du résultat obtenu

- Quel nombre obtient-on si on choisit 1 comme nombre de départ ? si on choisit x ?
- En déduire la fonction g correspondant à ce programme de calcul.
- a) Donner l'image de 2 par la fonction g .
 b) Calculer $g(-1)$.
 c) 0 a-t-il un antécédent par la fonction g ? Pourquoi ?

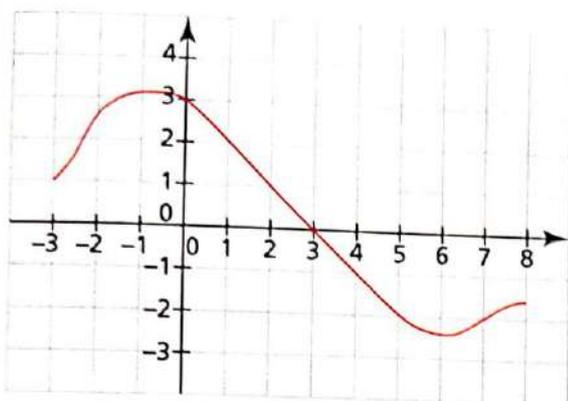
10 DÉFI!

Chercher un nombre qui a pour image 495 par la fonction qui ajoute 45 au double de son carré ?

Exercices d'application

CORRIGÉ

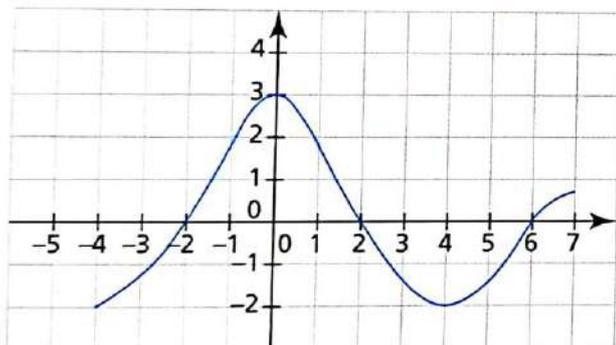
11 On considère la représentation graphique d'une fonction f pour x compris entre -3 et 8 .



Lire sur le graphique :

- l'image de 4 par f ;
- $f(0)$;
- $f(-3)$;
- des antécédents de 1 par f ;
- des antécédents de 4 par f .

12 On considère la représentation graphique d'une fonction g pour x compris entre -4 et 7 .



Lire sur le graphique :

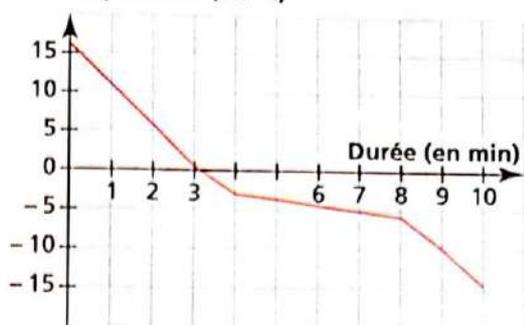
- l'image de 4 par g ;
- $g(0)$;
- $g(-4)$;
- des antécédents de 0 par g .

Exercices d'entraînement

13 On définit la fonction t par la courbe ci-dessous qui représente la température d'une éprouvette d'eau salée plongée dans un bac de glace en fonction du temps.

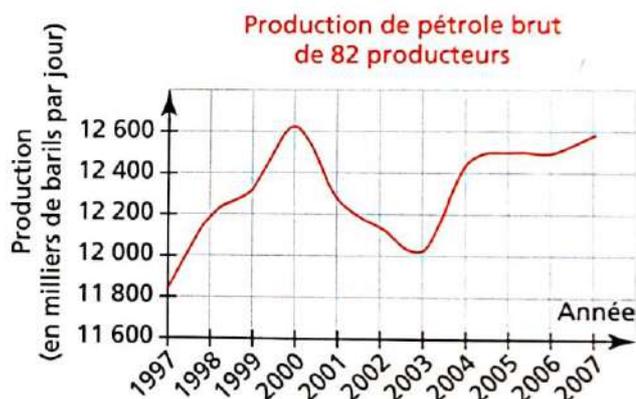


Température (en °C)



- Avec la précision permise par le graphique, lire l'image de 2 par la fonction t puis celle de 8. Interpréter ces résultats dans le cadre du problème.
- Lire un antécédent de 0 par la fonction t .
- Cette eau salée s'est complètement solidifiée quand sa température est inférieure à -8 °C. Au bout de combien de minutes cela se produit-il ?

14 On considère la fonction p définie par la courbe suivante.

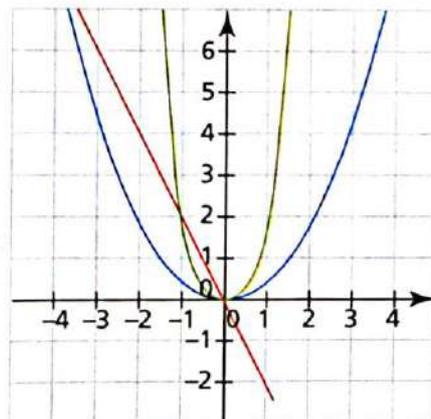


- Lire, avec la précision permise par le graphique, l'image de 2000 par la fonction p .
- Combien vaut $p(2006)$?
- Chercher le ou les antécédents de 12 200 par p . Interpréter ce résultat dans le cadre du problème.

15 DÉFI!

Associer à chaque courbe la fonction correspondante.

- $f(x) = x^4 + x^2$
- $g(x) = -2x$
- $h(x) = \frac{1}{2}x^2$



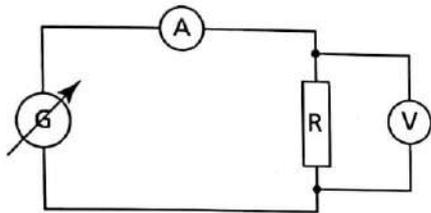
Exercices d'application

CORRIGÉ

16 On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 4$.

- Calculer l'image de 5 par la fonction f et l'image de -3 .
- Calculer $f(0)$ et $f(-2)$.
- Parmi les deux propositions ci-dessous, dire laquelle est vraie et expliquer.
 - Un antécédent de 5 par f est -3 .
 - Un antécédent de -3 par f est 5.

17 En faisant varier la tension x du générateur dans le circuit ci-dessous, on a obtenu la série de mesures suivantes.



On définit alors la fonction qui, à une tension x (en volts), associe l'intensité $I(x)$ (en ampères).

x	0	1	2	3	4
$I(x)$	0	0,039	0,079	0,118	0,160
x	5	6	7	8	9
$I(x)$	0,198	0,238	0,277	0,316	0,355

- Trouver l'image de 2 par la fonction I .
- Donner $I(4)$ et $I(0)$.
- Donner un antécédent de 0,16 par la fonction I .

18 On considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

- Trouver l'image de 2 par la fonction f puis celle de -1 .
- Que peut-on dire de l'image de 3 et de -3 par g ?

19 On considère la fonction g définie par $g(x) = 2x^2 - 1$.

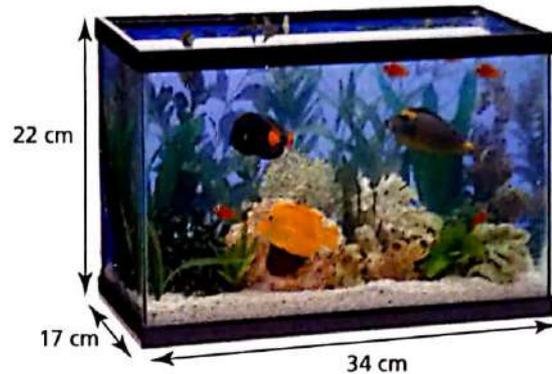
- Compléter le tableau de valeurs suivant.

x	-2	-1,5	-1	0	0,5	1	2
$g(x)$							

- Dans un repère d'unités 1 cm, représenter graphiquement la fonction g pour x compris entre -2 et 2.

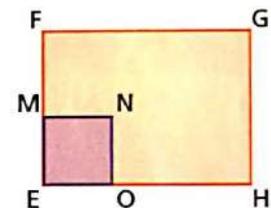
Exercices d'entraînement

20 On remplit d'eau un aquarium dont les dimensions sont données ci-dessous. On appelle x la hauteur d'eau dans l'aquarium.



- Exprimer le volume $V(x)$ d'eau dans l'aquarium en fonction de x .
- Quelle est l'image de 10 par la fonction V ?
- Pour quelle valeur de x , $V(x)$ est-il égal à 5 L ? Arrondir au millimètre.

21 On place un point mobile M sur le côté $[EF]$ du rectangle $EFGH$ ci-dessous. Puis, on construit le carré $MNOE$ comme indiqué ci-contre.



On appelle x la longueur EM ; $EF = 3$ cm et $FG = 4$ cm.

Soit f la fonction qui, à la longueur x , associe l'aire du polygone $FGHONM$.

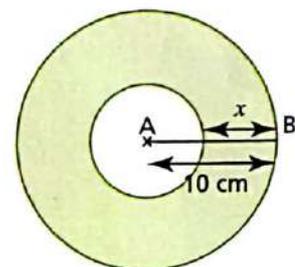
- Déterminer la fonction f .
- Après avoir complété un tableau de valeurs, représenter graphiquement la fonction f pour x compris entre 0 et 3.
- En utilisant la représentation graphique de f , donner le plus précisément possible :
 - l'image de 2 par f ;
 - $f(1)$;
 - la valeur de x pour laquelle l'aire de $FGHONM$ est égale à la moitié de celle de $EFGH$.

22 DÉFI!

On considère la couronne circulaire ci-contre.

Soit f la fonction qui, à la largeur x de la couronne, associe son aire.

Exprimer $f(x)$ en fonction de x .



Calcul mental

23 On considère la fonction f qui à un nombre x fait correspondre son triple. Calculer :

- a) l'image de 12 par f ;
- b) $f(7)$; c) $f(-4)$;
- d) un antécédent de 18 par f ;
- e) un antécédent de $-4,5$ par f .

24 On considère la fonction g définie par $g(x) = x - 4$. Calculer :

- a) l'image de 7,5 par f ;
- b) $f(0)$; c) $f(-6)$;
- d) un antécédent de 10 par f ;
- e) un antécédent de -7 par f .

Vocabulaire

25 J'utilise un vocabulaire précis.



lienmini.fr/delta3-034

↳ Exercice interactif

26 On considère une fonction f telle que :

$$f(1) = -2 \quad f(0) = 2 \quad f(-1) = -3$$

$$f(-3) = -1 \quad f(-2) = 0 \quad f(2) = -1$$

Recopier et compléter les phrases suivantes avec « l'image » ou « un antécédent ».

- a) ... de -1 par la fonction f est -3 .
- b) ... de 0 par la fonction f est -2 .
- c) ... de 1 par la fonction f est -2 .
- d) ... de 2 par la fonction f est 0 .

27 On considère les fonctions suivantes.

$$f : x \mapsto 2x^3 \quad g(x) = -x^2 \quad h : x \mapsto \frac{1}{x}$$

$$i : x \mapsto -\frac{1}{x} \quad k : x \mapsto 3x^2$$

Trouver la fonction qui, au nombre x associe :

- a) son inverse ;
- b) le triple de son carré ;
- c) l'opposé de son inverse ;
- d) le double de son cube ;
- e) l'opposé de son carré.

Fonctions, images et antécédents

28 Vrai ou faux ?

On considère une fonction g telle que :

$$g : 6 \mapsto -3 \quad g : -6 \mapsto -8 \quad g : -8 \mapsto 1$$

$$g : 3 \mapsto -6 \quad g : -3 \mapsto -6 \quad g : 1 \mapsto -6$$

- a) L'image de -6 par la fonction g est 3 .
- b) Un antécédent de -6 par la fonction g est -3 .
- c) L'image de 6 par la fonction g est -3 .
- d) Un antécédent de 1 par la fonction g est -6 .

29 On considère les trois programmes de calcul suivants.

Programme A

- Choisir un nombre
- Prendre son carré
- Multiplier par 3
- Retrancher 5

Programme B

- Choisir un nombre
- Prendre son triple
- Retrancher 5
- Prendre le carré du résultat obtenu

Programme C

- Choisir un nombre
- Retrancher 5
- Prendre le carré du nombre obtenu
- Multiplier par 3

Associer à chaque programme de calcul la fonction correspondante.

- a) $f(x) = 3(x - 5)^2$ b) $g(x) = (3x - 5)^2$
- c) $h(x) = 3x^2 - 5$

30 On considère une fonction f définie par $f(x) = 2x^2 + 7$. Écrire un programme de calcul correspondant à cette fonction.

31 On considère les fonctions f , g , et h définies par :

$$f(x) = 3x - 5 \quad g(x) = 3x^2 - 5 \quad h(x) = 3x + 5$$

Associer à chaque fonction le tableau de valeurs correspondant.

a)

-1	2	0,5
-8	1	-3,5

b)

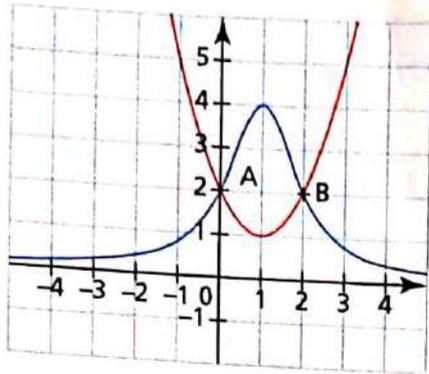
-1	2	0,5
2	11	6,5

c)

-1	2	0,5
-2	7	-4,25

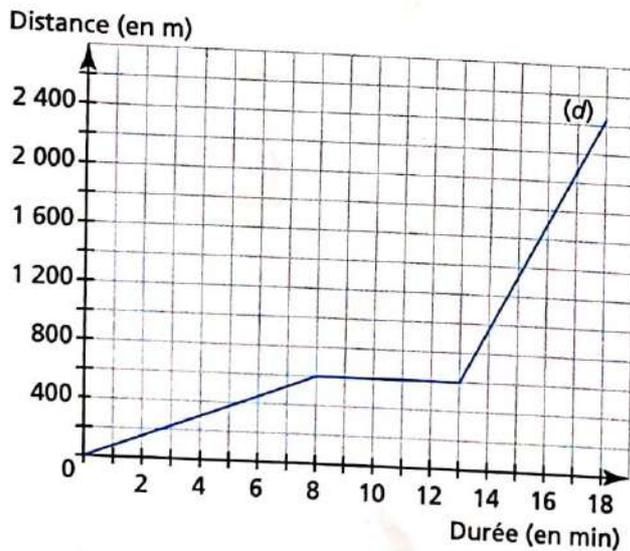
Lectures graphiques

32 On considère les courbes représentatives des fonctions f (en bleu) et g (en rouge).



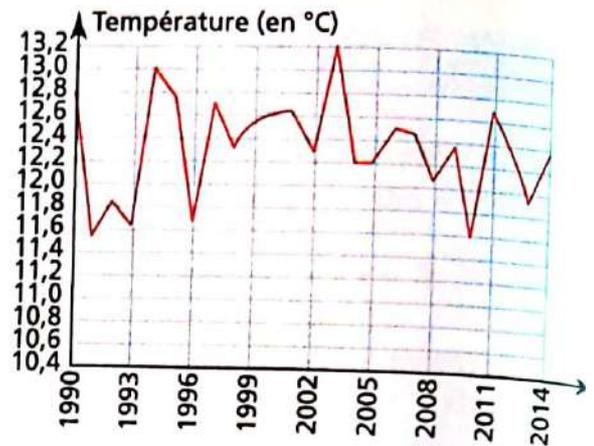
1. Quelle est l'image de 1 par la fonction f ? par la fonction g ?
2. Donner deux nombres qui ont la même image par la fonction f .
3. Chercher un nombre égal à son image par la fonction g .
4. Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $g(x) = 5$?
5. Les courbes représentatives des fonctions f et g se coupent en deux points A et B. Donner des nombres x pour lesquels $g(x) = f(x)$.

33 On définit la fonction d qui représente la distance parcourue par Léon en fonction du temps pour aller de chez lui au collège.



1. Quelle est l'image de 5 par la fonction d ? Interpréter ce résultat dans le cadre du problème.
2. Donner un antécédent de 1 700 par d . Interpréter.
3. Que s'est-il passé entre 8 et 13 minutes ?
4. Léon fait une partie de son trajet en bus et une autre à pied. Identifier chacune des trois parties de la courbe ci-dessus.

34 On considère la courbe ci-dessous qui représente la température moyenne annuelle en France entre 1990 et 2014.



1. En quelle année la température moyenne annuelle a-t-elle été la plus basse ? la plus haute ?
2. En quelle(s) année(s) la température moyenne annuelle a-t-elle été inférieure à 11,8 °C ?
3. On définit la fonction t qui, à une année, fait correspondre la température moyenne annuelle en France. Quelle est l'image de 1994 par t ? Et celle de 2010 ?

Passer d'une représentation à une autre

35 On considère la fonction p définie par le tableau de valeurs ci-dessous et qui donne le nombre d'habitants, en milliers, en France métropolitaine en fonction de l'année x .

Année	Nombre d'habitants
2004	62 251
2005	62 731
2006	63 186
2007	63 601
2008	63 962
2009	64 305
2010	64 613
2011	64 933
2012	65 241
2013	65 525
2014	65 801

1. Quelle est l'image de 2007 par p ?
2. Donner un antécédent de 64 933 par p . Interpréter ce résultat.
3. Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $63 500 < p(x) < 64 500$?

36 On considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{4}{x^2 + 4}$.

par $g(x) = \frac{4}{x^2 + 4}$.

1. Compléter le tableau de valeurs suivant.

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$					

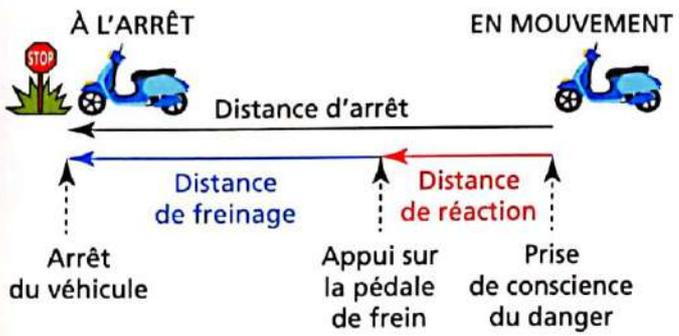
- Calculer l'image de 3 par la fonction g , puis celle de -3 . Que remarque-t-on ?
- Léa pense qu'un nombre et son opposé ont toujours la même image par g . A-t-elle raison ? Expliquer.
- Représenter graphiquement la fonction g pour x compris entre -2 et 2 . On prendra 1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses et 10 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées. (On pourra si besoin ajouter des points afin que le tracé soit plus précis).

37 On considère les fonctions f et g définies par $f(x) = 3x - 8$ et $g(x) = -x + 4$.

- Calculer $g(0)$ et $g(-3)$.
- Calculer l'image de 0 par f et un antécédent de 0 par f .
- Pour quelle(s) valeur(s) de x a-t-on $f(x) = g(x)$?

Problèmes

38 Objectif ASSR 2



- Un scooter roule à une vitesse de 36 km/h. Exprimer cette vitesse en m/s. Même question pour une vitesse de 54 km/h.
- a) On appelle x la vitesse du scooter en m/s et d_r la distance de réaction, c'est-à-dire la distance parcourue pendant le temps de réagir face à un obstacle, ici égal à une seconde. Expliquer pourquoi $d_r(x) = x$.
b) Quelle est l'image de 10 par la fonction d_r ? Interpréter cela dans le cadre du problème.

3. a) On appelle d_f la distance de freinage. Sur route sèche, on a $d_f(x) = 0,08x^2$. Quelle est l'image de 10 par la fonction d_f ?

b) Calculer la distance de freinage pour un scooter roulant à 36 km/h, puis à 54 km/h.

4. On appelle d_A la distance d'arrêt. Calculer la distance d'arrêt pour un scooter roulant à 36 km/h, puis à 54 km/h.

5. Sur route humide, on a $d_f(x) = 0,14x^2$. Calculer la différence entre les distances d'arrêt sur route humide et sur route sèche d'un scooter roulant à 36 km/h et d'un scooter roulant à 54 km/h.

CORRIGÉ

39 Je m'exerce pour le DNB

(D'après Nouvelle-Calédonie, 2014)

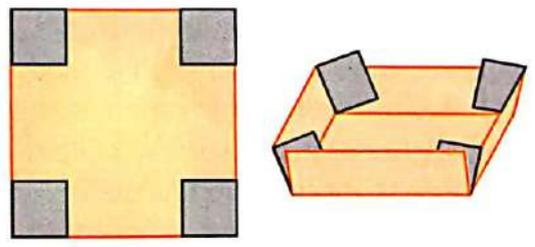
À l'aide d'un tableur, on a réalisé des tableaux de valeurs de deux fonctions dont les expressions sont : $f(x) = 2x$ et $g(x) = -2x + 8$.

	A	B	C	D	E	F
1	Valeur de x	0	1	2	3	4
2	Image de x	0	2	4	6	8
3						
4	Valeur de x	0	1	2	3	4
5	Image de x	8	6	4	2	0

- Quelle est la fonction (f ou g) qui correspond à la formule saisie dans la cellule B2 ? Justifier.
- Quelle formule a été saisie dans la cellule B5 ?
- Représenter** Tracer les représentations graphiques des fonctions f et g dans un repère. (On choisira 1 cm pour une unité.)
- Lire sur le graphique la (ou les) valeur(s) de x pour laquelle on a $f(x) = g(x)$.
- Retrouver ce résultat par le calcul.

40 Problème ouvert

Pour ranger ses petits fours, une pâtisserie veut fabriquer des corbeilles sans couvercle à partir de carrés de carton de 20 cm de côté. Pour y arriver, on enlève un carré de côté x cm à chaque coin du carton. Pour quelle valeur de x le volume de la boîte est maximal ?



? Sachant les dimensions du plus petit carré en haut du toit de ce temple, comment peut-on connaître la dimension des 10 autres carrés formant ce toit ?



SEQUENCE

Fonctions linéaires et affines

NOTIONS

27	Découvrir les fonctions linéaires	138
28	Représenter graphiquement les fonctions linéaires	140
29	Calculer des évolutions en pourcentage	142
30	Découvrir les fonctions affines	144
31	Représenter graphiquement les fonctions affines	146

Cherchons

1. Écrire pour chaque programme la fonction associée.

Programme 1

- Choisir un nombre.
- Le multiplier par 0,5.
- Ajouter 1.

Programme 2

- Choisir un nombre.
- Calculer son triple.

Programme 3

- Choisir un nombre.
- Élever ce nombre au carré.

2. Pour quel programme a-t-on une situation de proportionnalité entre les images et les antécédents ?



Cours

27 28 29 30 31

Définition Une fonction f est **linéaire** si l'image d'un nombre s'obtient en multipliant le nombre de départ par un nombre fixé.

Autrement dit, lorsqu'il existe un nombre fixe a tel que $f(x) = ax$.

Le nombre a est appelé **coefficient** de la fonction linéaire.

Propriété Lorsqu'une fonction est linéaire, les images sont proportionnelles aux antécédents.

Exemple f est définie par $f : x \mapsto 5x$. f est une fonction linéaire de coefficient 5.

$f(4) = 5 \times 4 = 20$ et $f(-8) = 5 \times (-8) = -40$.

Valeur de x	4	-8	10	0	1
Image $f(x)$	20	-40	50	0	5

× 5

Ce tableau est un tableau de proportionnalité.

5 est le coefficient de proportionnalité qui permet de passer de la première ligne à la seconde.

Exercices d'application

CORRIGÉ

1 f est une fonction linéaire de coefficient 7. Calculer.

- a) $f(2)$ b) $f(0)$ c) $f(-3)$ d) $f(1)$

2 f est une fonction linéaire de coefficient $-0,5$. Calculer.

- a) $f(5)$ b) $f(12)$ c) $f(-4)$ d) $f(200)$

3 f est une fonction linéaire définie par $f : x \mapsto 6x$. Calculer.

- a) $f(3)$ b) l'image de -2 c) $f(40)$.

4 1. Recopier et compléter ce tableau.

x	1	5	6	60
$f(x) = 1,5x$				

2. Que peut-on dire de ce tableau ?
3. Que peut-on écrire sur cette fonction f ?

5 1. Recopier et compléter ce tableau.

x	1	5	6	60
$g(x) = 100 - x$				

2. Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?
3. La fonction g est-elle linéaire ? Justifier.

6 f est une fonction linéaire. Retrouver son coefficient dans chacun des cas suivants.

- a) $f(1) = 9$ b) $f(0,1) = 1$
 c) $f(-3) = 15$ d) $f(6) = -42$

7 f est une fonction linéaire telle que $f(x) = 2,5x$.

- Calculer les images de 4 ; 12 et -1 par f .
- Calculer les antécédents de -5 ; 17,5 et -15 par f .

8 Parmi les fonctions suivantes, indiquer celles qui sont des fonctions linéaires. Expliquer.

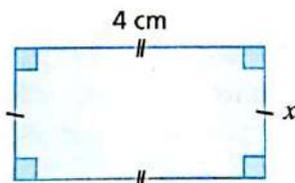
- a) $f : x \mapsto 3 + x$ b) $g : x \mapsto x \times 0,6$
 c) $h : x \mapsto x$ d) $i : x \mapsto -x$

9 Associer chaque fonction linéaire à l'égalité correspondante.

1. $x \mapsto 0,25x$	a. $f(-4) = 1$
2. $x \mapsto -4x$	b. $f(1) = 4$
3. $x \mapsto -0,25x$	c. $f(-1) = 4$
4. $x \mapsto 4x$	d. $f(-4) = -1$

10 On considère le rectangle suivant.

- À la longueur x on fait correspondre l'aire de ce rectangle.
- a) Recopier et compléter le tableau suivant.



Longueur x (en cm)	2	3	4
Aire du rectangle (en cm ²)			

- b) Écrire la fonction f qui correspond à ce procédé.
 c) f est-elle une fonction linéaire ?
- À la longueur x on fait correspondre le périmètre du rectangle.
- a) Recopier et compléter le tableau suivant.

Longueur x (en cm)	2	3	4
Périmètre du rectangle (en cm)			

- b) Écrire la fonction g qui correspond à ce procédé.
 c) g est-elle une fonction linéaire ?

Exercices d'entraînement

11 f est une fonction linéaire. Sans calculatrice, retrouver astucieusement son coefficient lorsque :

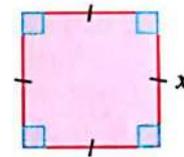
- a) $f(0,6) = 3,6$ b) $f(1,6) = 320$
 c) $f(100) = 314$ d) $f(547) = 0$

12 Parmi les fonctions suivantes, indiquer celles qui sont des fonctions linéaires en expliquant.

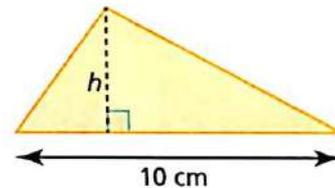
- a) $f : x \mapsto 4x + 1$ b) $g : x \mapsto 2x + 3x$
 c) $h : x \mapsto \frac{x}{2}$ d) $i : x \mapsto 2$

13 Pour chaque situation, écrire la fonction associée au procédé et dire s'il s'agit d'une fonction linéaire.

- a) À la mesure du côté x d'un carré, on fait correspondre son aire.

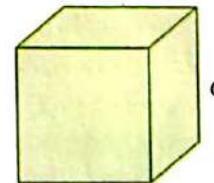


- b) À la mesure de la hauteur h d'un triangle, on fait correspondre son aire.



14 On considère le cube suivant.

- À la longueur c on fait correspondre le volume du cube.
- a) Écrire la fonction f qui correspond à ce procédé.
 b) f est-elle une fonction linéaire ? Justifier.



- À la longueur c on fait correspondre la somme des longueurs de toutes les arêtes.
- a) Écrire la fonction g qui correspond à ce procédé.
 b) g est-elle une fonction linéaire ? Justifier.

15 DÉFI!

f est une fonction linéaire telle que $f(10^4) = 10^6$. Quel est son coefficient ?

Exercices d'application

16 f est une fonction linéaire définie par $f : x \mapsto 3x$.

1. Indiquer quel procédé permet d'obtenir l'image d'un nombre.
2. Calculer $f(1)$.
3. Donner les coordonnées de deux points par lesquels passe la représentation graphique de f .
4. Tracer la représentation graphique de la fonction f .

CORRIGÉ

17 Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire g définie par $g : x \mapsto 2x$.

18 Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire i définie par $i : x \mapsto -x$.

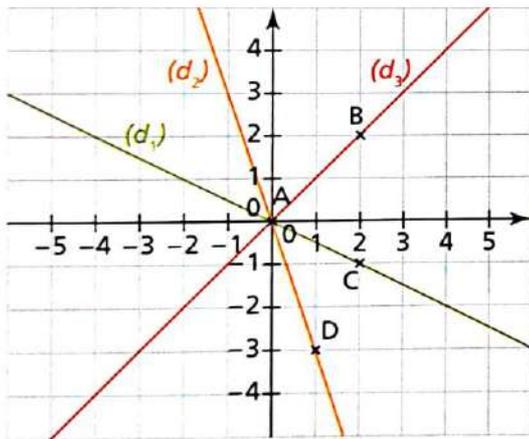
19 Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire h définie par $h : x \mapsto -1,5x$.

20 Associer chaque fonction f , g et h à la droite qui la représente.

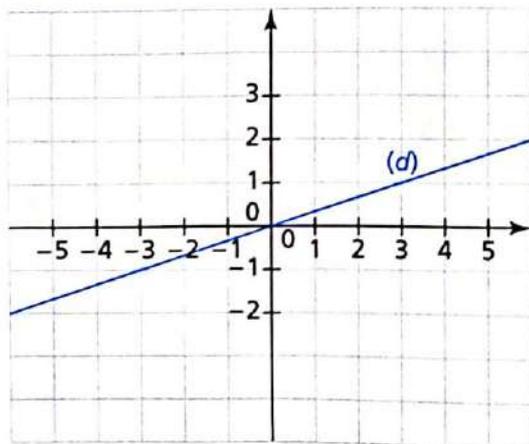
$f : x \mapsto -0,5x$

$g : x \mapsto x$

$h : x \mapsto -3x$



21 Déterminer la fonction linéaire f représentée ci-dessous.



Exercices d'entraînement

22 Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire f définie par $f : x \mapsto \frac{3}{2}x$.

23 Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire g définie par $g : x \mapsto -\frac{5}{3}x$.

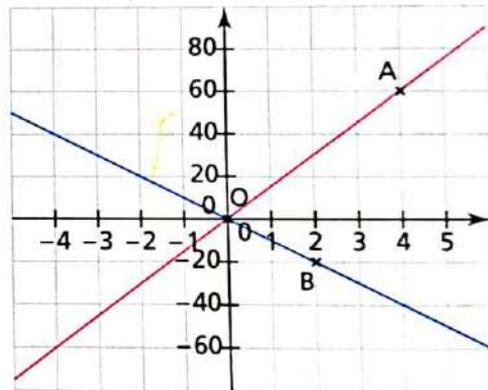


Calculer l'image de 3.

24 Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire h définie par $h : x \mapsto \frac{1}{4}x$.

25 Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire i définie par $i : x \mapsto \frac{2}{7}x$.

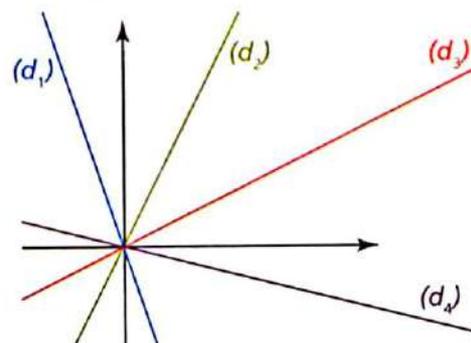
26 Déterminer les fonctions linéaires f et g représentées ci-dessous respectivement par les droites (OA) et (OB) en expliquant la démarche.



27 Tracer la représentation graphique de la fonction linéaire h définie par $h : x \mapsto 50x$ dans un repère adapté.

28 **DÉFI!**

Pour chacune des droites indiquer le signe de son coefficient directeur.



Exercices d'application

29 Associer chaque variation en pourcentage à la fonction linéaire correspondante

- | | |
|-------------------|----------------------|
| 1. Hausse de 30 % | a) $x \mapsto 0,40x$ |
| 2. Baisse de 3 % | b) $x \mapsto 1,06x$ |
| 3. Hausse de 40 % | c) $x \mapsto 1,4x$ |
| 4. Baisse de 60 % | d) $x \mapsto 0,97x$ |
| 5. Hausse de 6 % | e) $x \mapsto 1,3x$ |

CORRIGÉ

30 Un magasin effectue une remise (solde) de 20 % sur l'ensemble des articles du magasin. Afin d'aider les clients à évaluer les montants à payer, un tableau est affiché. Recopier et compléter ce tableau.

Prix (en €)	10	20	30	40	50	
Prix après remise (en €)	

- 31** Calculer.
- 50 kg augmenté de 10 %
 - 60 € diminué de 10 %
 - 750 L augmenté de 24 %
 - 18 cm diminué de 55 %
 - 45 \$ augmenté de 50 %
 - 3 h augmenté de 100 %

- 32** **Top chrono**
- Nadia dit : « Pour diminuer de 30 %, il faut bien connaître sa table de 7 ! ». Expliquer le raisonnement de Nadia.
 - Calculer de tête les nombres suivants après une diminution de 30 %.

a) 60	b) 800
c) 5	d) 7,1
e) 13	f) 15

- 33** Recopier et compléter.
- Comme $10 \times \dots = 12$ on peut dire qu'il y a une augmentation de ... % entre 10 et 12.
 - Comme $50 \times 0, \dots = 48$ on peut dire qu'il y a une diminution de ... % entre 50 et 48.

Exercices d'entraînement

34 Le gouvernement a décidé de taxer davantage les carburants. Le gérant de cette station doit donc augmenter ses prix de 1,2 %. Calculer les nouveaux prix à la pompe au millième d'euro le plus proche.



35 Recopier et compléter ce tableau.

Évolution	Fonction associée	Valeur initiale	Valeur finale
Augmentation de 5 %	$x \mapsto \dots$	215 €	...
Diminution de 35 %	$x \mapsto \dots$	7,5 L	... L
... de ... %	$x \mapsto 1,16x$	80 kg	...
... de ... %	$x \mapsto \dots$	65 m	59,8 m

36 1. Durant les soldes, un magasin de téléphonie propose d'abord une première réduction de 30 % sur les coques de portable. Calculer les prix soldés de ces articles.



- Une semaine après, ce magasin diminue encore ses prix de coques de portable de 20 %.
 - Calculer ces nouveaux prix.
 - Y a-t-il eu une réduction globale de 50 % ?

37 Lilian a 10 € d'argent de poche. Au premier trimestre, ses résultats n'étant pas très bons, ses parents décident de réduire son argent de poche de 50 %. Au deuxième trimestre, ses résultats sont meilleurs. Ses parents lui proposent d'augmenter son argent de poche de 50 %. Lilian se dit qu'il revient à la valeur de départ. A-t-il raison ?

38 DÉFI!

- 20 % pour 1 produit acheté.
- 30 % dès 2 produits achetés.

Alice achète un manteau à 50 €. La vendeuse lui conseille d'acheter en plus une paire de chaussettes à 7 € afin de profiter de l'offre. Qu'en pensez-vous ? Justifier.

Cherchons

- **Situation 1** : Jade achète x litres d'essence. Le prix au litre est de 1,22 €.
 - **Situation 2** : Jamel est abonné à un site marchand. Cela lui coûte 5 € par mois. Grâce à cet abonnement, il peut télécharger des musiques pour 0,25 € le titre. Il compte en télécharger x le mois prochain.
1. Faire un tableau pour chaque situation donnant le prix à payer pour :
 a) $x = 5$ b) $x = 8$ c) $x = 15$ d) $x = 20$
 2. Décrire chaque situation par une fonction.
 3. Les deux fonctions sont-elles linéaires ? Justifier.



Cours

(27) (28) (29) **30** (31)

Définition Une fonction f est dite **affine** lorsqu'il existe deux nombres fixes a et b tels que $f(x) = ax + b$. Les nombres a et b sont appelés **coefficients** de la fonction affine.

Remarques

- Si $b = 0$ alors $f(x) = ax$. f est linéaire.
- Si $a = 0$ alors $f(x) = b$. f est constante.

Exemple $f : x \mapsto 5x - 2$ est une fonction affine de coefficients 5 et -2 .

$$f(3) = 3 \times 5 - 2 = 15 - 2 = 13$$

Méthode Calculer une image ou un antécédent par une fonction affine

Énoncé f est la fonction affine définie par $f(x) = 4x + 1$.

1. Calculer l'image de -5 par f .
2. Déterminer un antécédent de 7 par f .

Solution

1. On remplace x par -5 : $f(-5) = 4 \times (-5) + 1 = -20 + 1 = -19$.

Donc $f(-5) = -19$. L'image par f de -5 est -19 .

2. On cherche x tel que $f(x) = 7$ d'où $4x + 1 = 7$.

C'est une équation qu'il faut résoudre.

$$4x = 7 - 1 \text{ donc } 4x = 6 \text{ d'où } x = \frac{6}{4} \text{ ou } x = 1,5.$$

Donc 1,5 est l'antécédent de 7 par f .

Exercices d'application

CORRIGÉ

39 f est la fonction affine définie par $f : x \mapsto 2x + 3$

Calculer l'image par f de :

- a) 4 b) -3
 c) 0 d) -5

40 g est la fonction affine définie par $g : x \mapsto -4x + 2$

Calculer les images suivantes.

- a) $g(2)$ b) $g(-5)$
 c) $g(1)$ d) $g(2,5)$

41 h est la fonction affine définie par $h(x) = -1,5x - 6$. Calculer les images par h de :
 a) 7 b) -4 c) 20 d) 8

42 Les fonctions suivantes sont affines. Donner leurs deux coefficients.

a) $f: x \mapsto 0,5x - 1$ b) $g: x \mapsto x - 7$

c) $h: x \mapsto \frac{6x-7}{4}$ d) $i: x \mapsto -5 + 3x$

43 f est la fonction affine définie par $f: x \mapsto \frac{3}{2}x - 3$. Calculer les images suivantes.

a) $f(4)$ b) $f(-6)$ c) $f(-1)$ d) $f(5)$

CORRIGÉ

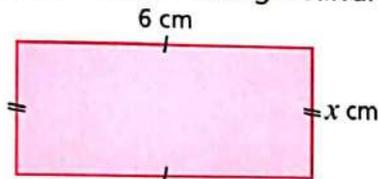
44 f est la fonction affine définie par $f: x \mapsto 2x - 1$

Calculer les antécédents par f de 5 ; 10 et -4.

45 g est la fonction affine définie par $g: x \mapsto -x + 7$

Calculer les antécédents par g de 2 ; 6 et -5.

46 On considère le rectangle suivant.



- Déterminer la fonction affine f qui à x associe le périmètre de ce rectangle.
- Calculer l'image par f de 3,5 puis de 6.

Exercices d'entraînement

47 On considère les deux programmes de calculs suivants.

Programme 1

- Choisir un nombre.
- Ajouter -7.
- Multiplier par 2.

Programme 2

- Choisir un nombre.
- Le mettre au carré.
- Ajouter 5.

- Tester ces programmes pour 5 et pour -4.
- On considère les fonctions qui, au nombre x de départ, associent le résultat. L'une des deux est une fonction affine. Laquelle ?

48 Parmi les fonctions suivantes, indiquer celles qui sont des fonctions affines.

a) $f: x \mapsto 3,5x - 1$ b) $g: x \mapsto x$

c) $h: x \mapsto \frac{3x-7}{2}$ d) $i: x \mapsto (2x+1)^2$

e) $j: x \mapsto 4$ f) $k: x \mapsto x \times x + 2$

49 g est la fonction affine définie par

$$g: x \mapsto -\frac{4}{7}x + \frac{3}{14}$$

Calculer les images suivantes.

a) $g(2)$ b) $g(-5)$

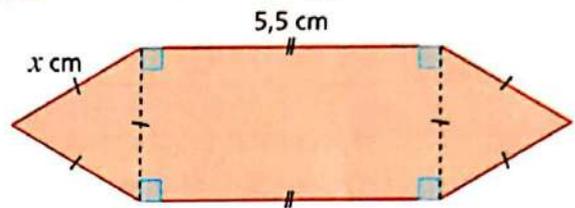
50 f est la fonction affine définie par $f: x \mapsto -7x - 1$.

Calculer les antécédents par f de 5 ; 0 et $-\frac{1}{3}$.

51 f est la fonction affine définie par $f: x \mapsto -1,6x + 5,7$.

Calculer les antécédents par f de 2 ; -11 et 4.

52 On considère le polygone suivant.



- Calculer le périmètre lorsque $x = 3$.
- En utilisant le codage, déterminer la fonction affine f qui au nombre x associe le périmètre de cette figure.
- Déterminer un antécédent par f de 20,2.
- À quoi correspond le résultat précédent par rapport à la figure ?

53 Un site internet propose des livres de poche à un tarif unique de 3,50 €. La livraison est de 7 €, quel que soit le nombre de livres achetés. On considère la fonction p qui, au nombre x de livres commandés, associe le prix total de la commande.



- Déterminer la fonction p . Est-ce une fonction affine ?
- Calculer $p(12)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'énoncé.

54 DÉFI!

f est une fonction affine telle que $f(4) = 30$ et $f(6) = 44$. Caractériser f en retrouvant ses deux coefficients.

Exercices d'application

CORRIGÉ

55 f est la fonction affine définie par $f : x \mapsto x + 4$.

- Calculer $f(0)$ et $f(1)$.
- Tracer un repère et placer deux points de la représentation graphique de f en utilisant les résultats de la question 1.
- Tracer la représentation graphique de f en justifiant.

56 g est la fonction affine définie par $g : x \mapsto 0,5x - 1$

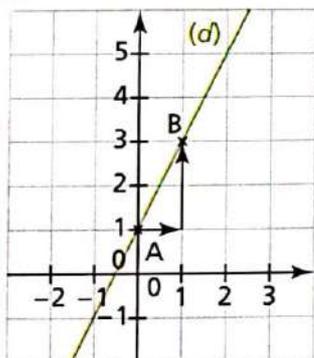
- Calculer l'image de 0 et l'image de 2.
- Tracer dans un repère la représentation graphique de la fonction g en utilisant les résultats de la question 1.

CORRIGÉ

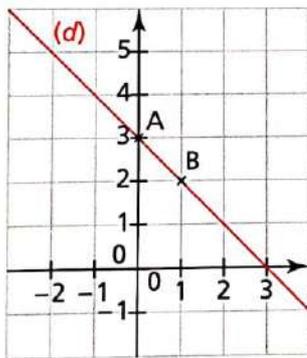
57 (AB) est la représentation graphique d'une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$.

Déterminer pour chaque cas l'ordonnée à l'origine b et le coefficient directeur a .

a)

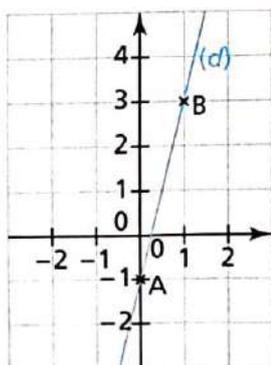


b)



58 (d) est la représentation graphique d'une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$.

- Déterminer l'ordonnée à l'origine b .
- Déterminer le coefficient directeur a .



- En déduire l'expression de la fonction f .

Exercices d'entraînement

59 Tracer dans un repère la représentation graphique des fonctions suivantes.

- a) $f : x \mapsto 5x - 7$ b) $g : x \mapsto -0,5x + 3$
 c) $h : x \mapsto -x - 2$

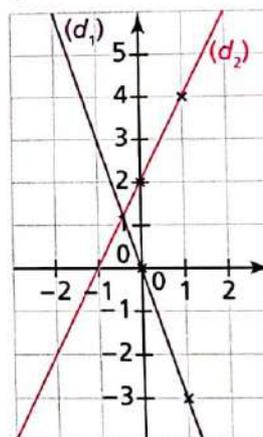
60 Tracer dans un repère la représentation graphique des fonctions suivantes.

Calculer des images astucieusement avec des valeurs donnant des résultats entiers.



- a) $f : x \mapsto 0,25x + 1$
 b) $g : x \mapsto -\frac{1}{3}x + 3$ c) $h : x \mapsto \frac{5}{2}x - 1$

61 (d_1) et (d_2) sont des droites.

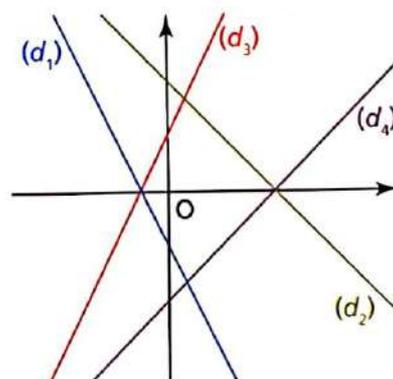


Trouver en justifiant l'expression de la fonction représentée par :

- a) la droite (d_1) . b) la droite (d_2) .

62 DÉFI!

Ces quatre droites ont été tracées dans un repère sans graduation. Donner pour chacune le signe du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine.



Calcul mental

63 f est la fonction définie par $f(x) = -7x$.
Calculer :

- a) $f(7)$ b) $f(-5)$ c) $f\left(\frac{1}{2}\right)$
d) $f(0,6)$ e) $f(-13)$ f) $f(0)$

64 f est la fonction définie par $f(x) = 5x - 3$.
Calculer :

- a) $f(8)$ b) $f(-4)$ c) $f\left(\frac{1}{2}\right)$
d) $f(0,9)$ e) $f(-18)$ f) $f(0)$

65 Donner le pourcentage d'augmentation ou de diminution correspondant aux fonctions suivantes.

- a) $x \mapsto 1,2x$ b) $x \mapsto 0,85x$ c) $x \mapsto 0,955x$

Vocabulaire

66 J'utilise un vocabulaire précis.



67 Recopier et compléter.

a) $f : x \mapsto 0,5x$ est une fonction ... de ... 0,5.

b) $g : x \mapsto 5x - 4$ est une fonction

Lorsqu'on trace sa représentation graphique, on obtient une ... de ... 5 et de ... -4.

Fonctions linéaires

68 On considère une fonction linéaire f telle que $f(6) = 2,4$.

- Déterminer la fonction f .
- Calculer $f(13)$.
- Trouver la valeur de x telle que $f(x) = -1,6$.

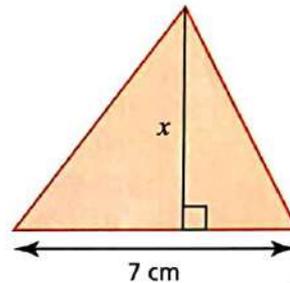
69 On considère une fonction linéaire g telle que $g(8) = 51,2$.

- Déterminer la fonction g .
- Calculer l'image par g de 10.
- Trouver un antécédent de -32 par la fonction g .

70 Indiquer pour chaque situation de proportionnalité la fonction linéaire correspondante.

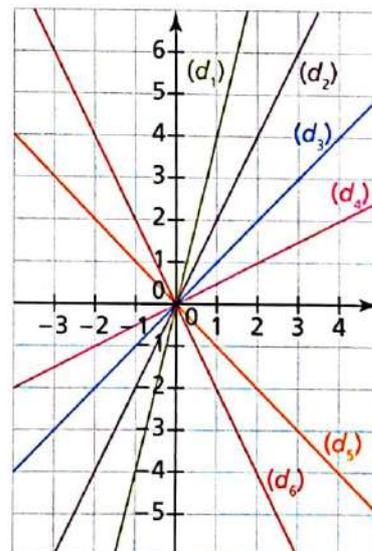
- a) Le prix au kg de carottes est 1,50 €. On note x la masse en kg et $f(x)$ le prix.
b) Une voiture roule à une vitesse de 80 m/s. On note x le nombre de secondes et $g(x)$ la distance parcourue.
c) Des prix sont taxés à 10 %. On note x le prix en € et $h(x)$ le montant de la taxe.
d) On cherche l'aire de ce triangle.

On note x la hauteur en cm et $\mathcal{A}(x)$ l'aire du triangle.



Représentation graphique des fonctions linéaires

71 On a tracé six droites représentant des fonctions linéaires.



Donner pour chaque droite le coefficient directeur puis donner l'expression de la fonction linéaire tracée.

72 Représenter dans un même repère les fonctions suivantes.

- a) f définie par $f(x) = 2,5x$
- b) g définie par $g(x) = -3,5x$
- c) h définie par $h(x) = 0,5x$
- d) i définie par $i(x) = -1,5x$

73 On considère deux fonctions linéaires f et g . Leurs droites représentatives D_f et D_g sont perpendiculaires. f est définie par $f : x \mapsto \frac{1}{3}x$. Faire un dessin de la situation et sans justifier, donner l'expression de g .

Évolutions en pourcentage

74 Afin de mieux préparer les soldes, Alice écrit sur un tableur le prix non encore soldé de trois articles qu'elle a repérés la veille en magasin. Comme elle ne connaît pas encore le pourcentage de réduction, elle met sur cinq lignes, cinq possibilités de réduction.

	A	B	C	D
1	Prix non soldé			
2	Prix avec une réduction de 10 %	20,00 €	35,00 €	75,00 €
3	Prix avec une réduction de 20 %			
4	Prix avec une réduction de 25 %			
5	Prix avec une réduction de 30 %			
6	Prix avec une réduction de 40 %			

1. Donner les formules qu'elle doit écrire de B2 à B6.
2. Le jour des soldes, Alice découvre les réductions.



- a) De quelles cellules du tableur Alice a-t-elle besoin ?
- b) Donner les formules à écrire.
- c) Calculer le nouveau prix de ces trois articles.

Fonctions affines

75 On considère une fonction affine g de coefficient directeur -2 telle que $g(1,2) = 5$. Trouver l'expression de la fonction g .

76 On considère une fonction affine f telle que $f(0) = 4$ et $f(12) = 46$. Trouver l'expression de la fonction f .

77 On considère la fonction affine f définie par $f(x) = 5x - 3$.

1. Résoudre l'équation $5x - 3 = -13$
2. Utiliser le résultat de la question 1. pour compléter ces deux phrases :
 - a) ... est l'image par f de ...
 - b) ... est un antécédent par f de ...

78 Dans un tableur, on écrit les données et formules suivantes.

	A	B	C
1	x	1	3
2	f(x)	=3*B1-6	=3*C1-6
3	g(x)	=-2*B1	=-2*C1

1. Quel sera l'affichage dans les cellules B2, B3, C2 et C3 ?
2. À quelle fonction correspondent les images
 - a) de la deuxième ligne ?
 - b) de la troisième ligne ?
3. On a rajouté deux formules :

	E	F
1		
2	SI(B2<B3;"bleu";"jaune")	SI(C2<C3;"vert";"rouge")

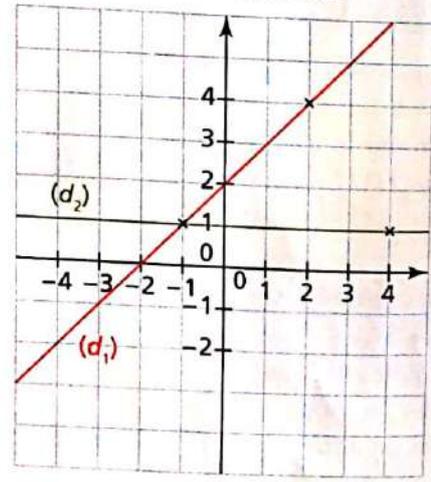
Lorsque l'on écrit ces formules, l'assistant du tableur donne l'aide suivante.

SI(test_logique; [valeur_si_vrai]; [valeur_si_faux])

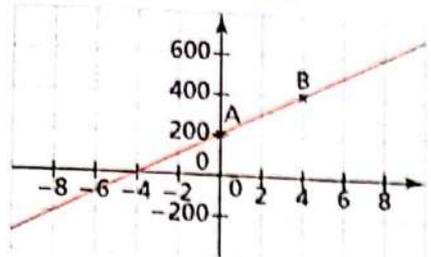
À l'aide de ces indications, donner les deux mots qui vont s'écrire dans les cases E2 et F2.

Représentation graphique des fonctions affines

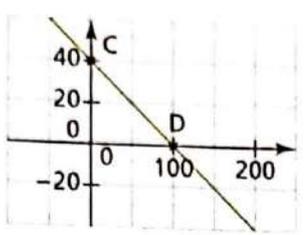
79 Déterminer les fonctions affines représentées par ces deux droites.



80 Attention aux unités !



Les droites (AB) et (CD) représentent des fonctions affines. Retrouver l'expression de chacune des fonctions affines représentées par (AB) et (CD).



Problèmes

81 Résoudre graphiquement une équation

- La fonction f est définie par $f : x \mapsto 0,5x + 3$
- Représenter** Tracer la représentation graphique de f .
 - À l'aide du graphique donner un antécédent par f de 6.
 - Résoudre $0,5x + 3 = 6$. Que constate-t-on ?

82 Même image

- On considère deux fonctions f et g définies par $f(x) = 5x + 4$ et $g(x) = -3x + 1$.
- Dans un repère, tracer la représentation graphique de chacune des deux fonctions.
 - En étudiant les tracés des deux fonctions, pourquoi peut-on affirmer qu'il existe un nombre qui a la même image par f que par g ?
 - Calculer** Donner la valeur exacte de ce nombre en résolvant une équation.

83 Fonctions et tableurs

On considère deux fonctions $f : x \mapsto -8x$ et $g : x \mapsto -6x + 4$. On utilise un tableur pour calculer des images par f et par g .

	A	B	C	D	E
1	x	-3	0	2	
2	$f(x) = -8x$	24	0	-16	-24
3	$g(x) = -6x + 4$	22	4	-8	-14

- Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de l'étendre vers la droite ?
- Le contenu de la cellule E1 a été effacé. Le retrouver.

84 Une facture

Recopier et compléter cette facture.
FACTURE

Code	Quantité	Désignation	PUHT	Montant
051	1	Kit de distribution	136,81 €	
055	1	Pompe à eau PA 822	75,24 €	
050	1	Courroie	28,12 €	
203	7	Liquide de refroidissement	2,10 €	
001	4	Main d'œuvre	32 €	
			Total HT	
			TVA (20 %)	
			Total TTC	
			Remise (5 %)	
			Acompte versé	60 €
			Net à payer	

85 Du froid

D'après l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale, lorsqu'on s'élève, la température de l'atmosphère diminue de $6,5^\circ\text{C}$ par kilomètre (ceci jusqu'à une altitude maximale de 11 km).



- On lâche un ballon-sonde au niveau de la mer alors que la température de l'air est de 22°C .
- Soit x l'altitude en km du ballon. Exprimer en fonction de x la température de l'air qui l'entoure.
 - Quelle est la température relevée à 5 400 m d'altitude ?
 - Raisonner** À quelle altitude aura-t-on une température de $-26,1^\circ\text{C}$?

CORRIGÉ

86 Je m'exerce pour le DNB

(D'après Polynésie, juin 2013.)

Dans l'océan Pacifique Nord, des déchets en plastiques qui flottent se sont accumulés pour constituer une poubelle géante qui est, aujourd'hui, grande comme 6 fois la France.

- Sachant que la superficie de la France est environ $550\,000\text{ km}^2$, quelle est la superficie actuelle de cette poubelle géante ?
- Sachant que la superficie de cette poubelle géante augmente chaque année de 10 %, quelle sera sa superficie dans un an ?
- Communiquer** Que penses-tu de l'affirmation : « Dans 4 ans, la superficie de cette poubelle aura doublé » ? Justifie ta réponse.

87 DNB

(D'après *Métropole, juin 2013*)
 Durant les soldes, si on baisse le prix d'un article de 30 % puis de 20 %, au final, le prix a-t-il baissé de 50 % ?

88 DNB

(D'après *Centres Étrangers, 2015*)
 Éva et Liam saisissent sur leur calculatrice un même nombre.

Voici leurs programmes de calcul.

Programme de calcul d'Éva

- Saisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par 9.
- Soustraire 8 au résultat obtenu.

Programme de calcul de Liam

- Saisir un nombre.
- Multiplier ce nombre par -3.
- Ajouter 31 au résultat obtenu.

1. On considère la feuille de calcul suivante.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Éva											
3	Liam											

a) Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B2 puis étirer jusqu'à la cellule L2 afin d'obtenir les résultats obtenus par Éva ?

b) Quelle formule doit-on saisir dans la cellule B3 puis étirer jusqu'à la cellule L3 afin d'obtenir les résultats obtenus par Liam ?

2. Voici ce que la feuille de calcul fait apparaître après avoir correctement programmé les cellules B2 et B3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nombre de départ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	Éva	-8	1	10	19	28	37	46	55	64	73	82
3	Liam	31	28	25	22	19	16	13	10	7	4	1

Éva et Liam cherchent à obtenir le même résultat. Au vu du tableau, quelle conjecture pourrait-on faire sur l'encadrement à l'unité du nombre à saisir dans les programmes pour obtenir le même résultat ?

3. Déterminer par le calcul le nombre de départ à saisir par Éva et Liam pour obtenir le même résultat et vérifier la conjecture sur l'encadrement.

89 DNB

(D'après *Nouvelle-Calédonie, décembre 2015*.)

Un site internet propose de télécharger légalement des clips vidéo. Pour cela, sur la page d'accueil, trois choix s'offrent à nous.

• **1^{er} choix** : téléchargement *direct sans inscription*. Avec ce mode, chaque clip peut être téléchargé pour 4 euros.

• **2^e choix** : téléchargement *membre*.

Ce mode nécessite une inscription à 10 euros valable un mois et permet d'acheter par la suite chaque clip pour 2 euros.

• **3^e choix** : téléchargement *premium*.

Une inscription à 50 euros permettant de télécharger tous les clips gratuits pendant un mois.

1. Je viens, pour la première fois, sur ce site télécharger un seul clip.

Quel est le choix le moins cher ?

2. a) Recopier et compléter le tableau.

Nombre de clips	1	2	5	10	15
Prix en euros pour le téléchargement direct	4	8
Prix en euros pour le téléchargement membre	12	14
Prix en euros pour le téléchargement premium	50	50

b) **Raisonner** À partir de combien de clips devient-il intéressant de s'inscrire en tant que *membre* ?

3. Dans cette question, x désigne le nombre de clips vidéo achetés. f , g et h sont trois fonctions définies par : • $f(x) = 50$ • $g(x) = 4x$ • $h(x) = 2x + 10$

a) Associer chacune de ces fonctions au choix qu'elle représente (*direct*, *membre* ou *premium*).

b) Dans un repère, tracer les droites représentant les fonctions f , g et h .

c) À l'aide du graphique, déterminer le nombre de clips à partir duquel l'offre *premium* devient la moins chère.



? Quelles figures géométriques ont été utilisées pour décorer la salle du château d'Oiron (79) ?

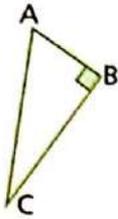
Outils pour la géométrie

NOTIONS

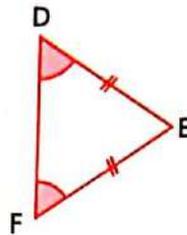
32	Faire le point sur les triangles	156
33	Faire le point sur les quadrilatères particuliers	158
34	Utiliser le théorème de Pythagore	160
35	Utiliser des transformations	162
36	Calculer des aires et des volumes	164

1 Triangles particuliers

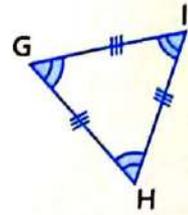
Triangle rectangle en B



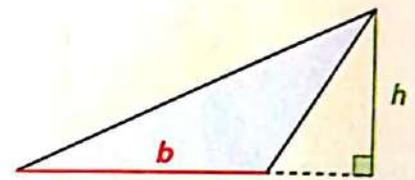
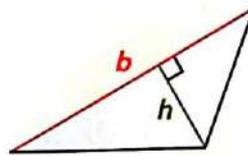
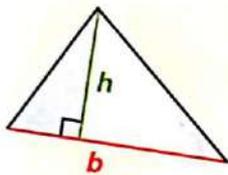
Triangle isocèle en E



Triangle équilatéral



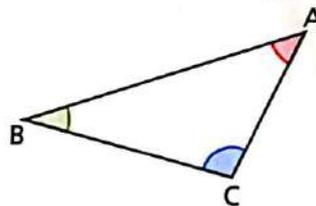
2 Aire d'un triangle



L'aire d'un triangle est : $A = \frac{b \times h}{2}$.

3 Somme des angles d'un triangle

Propriété La somme des angles d'un triangle est égale à 180° .



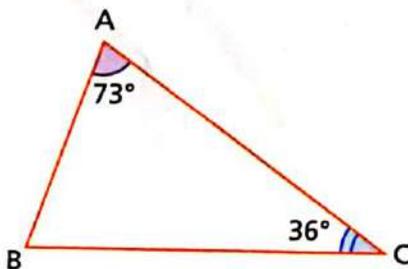
$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

Cas particulier Les angles d'un triangle équilatéral sont tous égaux à 60° .

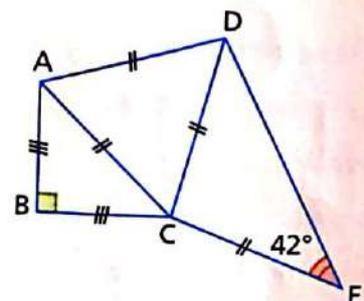
Exercices d'entraînement

CORRIGÉ

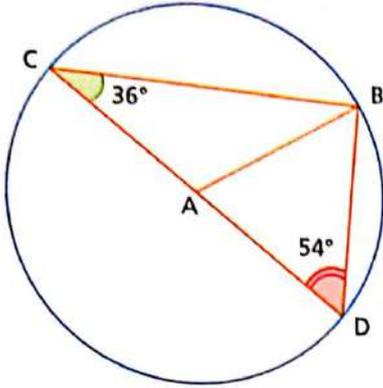
1 Calculer l'angle \widehat{ABC} . Justifier.



2 Calculer la mesure des angles de cette figure.

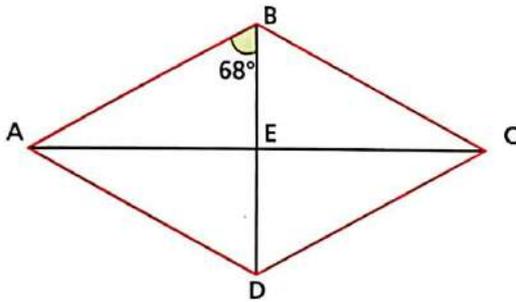


3 1. A est le centre du cercle de diamètre [CD] et B un point de ce cercle.

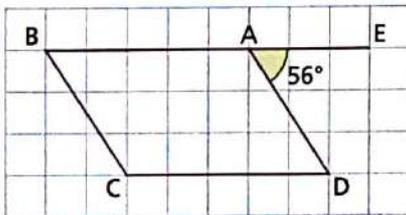


- a) Donner la nature du triangle BAD. Justifier.
 - b) En déduire la mesure de \widehat{ABD} et de \widehat{BAD} .
- 2.** a) Quelle est la mesure de \widehat{BAC} ?
 b) Quelle est la mesure de \widehat{ABC} ?
- 3.** Quelle est la mesure de \widehat{DBC} ? Que peut-on en déduire pour le triangle BCD ?

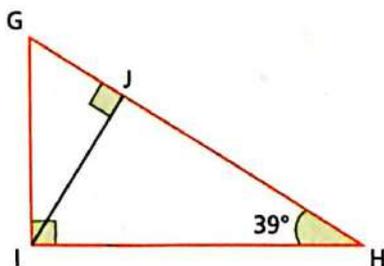
4 ABCD est un losange. Calculer la mesure des angles de ce losange.



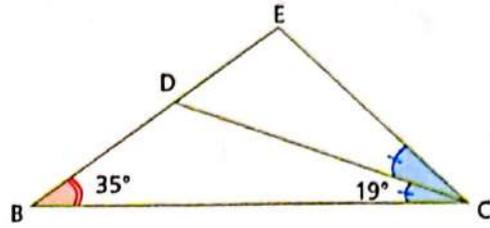
- 5** 1. ABCD est un parallélogramme. Calculer la mesure de ses angles.
 2. Retrouver un résultat sur les angles opposés d'un parallélogramme.



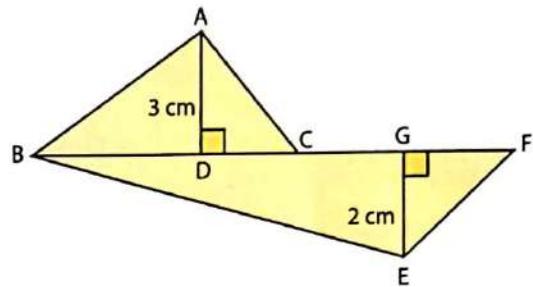
6 Déterminer la mesure des angles \widehat{JIH} , \widehat{IGH} et \widehat{JIG} .



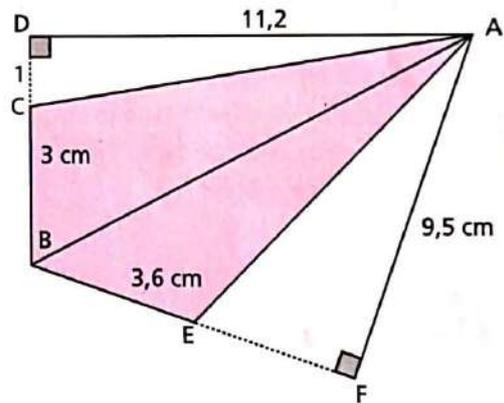
- 7** 1. Calculer la mesure de l'angle \widehat{BDC} .
 2. Calculer la mesure de l'angle \widehat{BEC} .



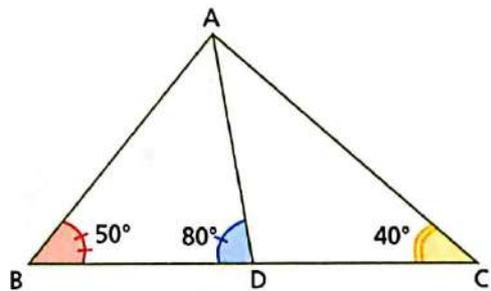
8 On donne $BC = 5$ cm et $CF = \frac{4}{5} BC$.
 Calculer l'aire de la figure colorée.



9 Calculer l'aire de la figure rose.



10 Sur la figure ci-dessous B, D et C sont alignés. Justifier les réponses.

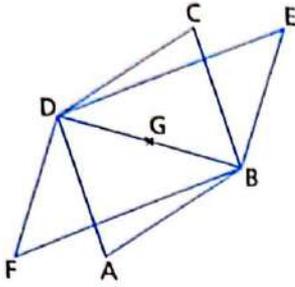


1. Quelle est la nature du triangle BAC ?
2. Quelle est la nature du triangle BAD ?
3. Quelle est la nature du triangle CAD ?
4. Démontrer que le cercle de centre D passant par A passe aussi par les points B et C.

Exercices d'entraînement

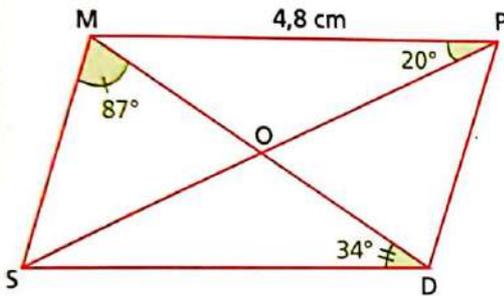
CORRIGÉ

11 Les quadrilatères ABCD et BEDF sont des parallélogrammes. Le point G est le milieu de [BD].



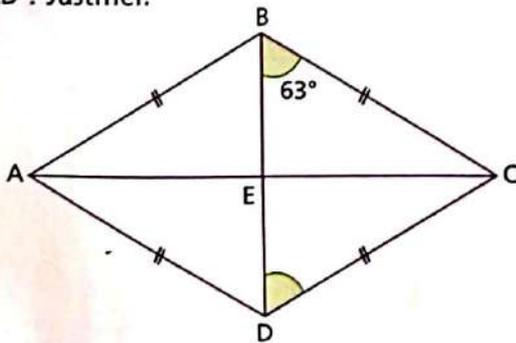
Trouver d'autres segments de la figure dont le point G est aussi le milieu. Justifier.

12 1. Construire un parallélogramme MPDS dont les diagonales se coupent en O tel que $MP = 4,8 \text{ cm}$, $\widehat{SMD} = 87^\circ$, $\widehat{MDS} = 34^\circ$ et $\widehat{MPS} = 20^\circ$.



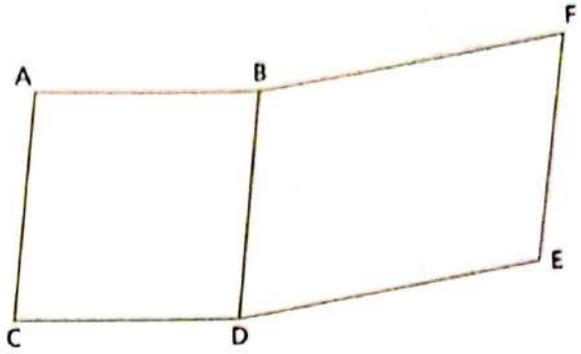
2. Coder la figure.
3. Le périmètre du parallélogramme est égal à 13 cm. Calculer MS.
4. Déterminer les angles \widehat{PSD} , \widehat{PDM} , \widehat{SOD} , \widehat{POM} . Justifier.

13 1. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier.



2. Citer des droites parallèles sur cette figure. Justifier.
3. Citer des droites perpendiculaires sur cette figure. Justifier.
4. Déterminer la mesure de l'angle \widehat{ECB} . Justifier.
5. Donner la mesure des angles du quadrilatère ABCD.

14 Les quadrilatères ABDC et EFBD sont des parallélogrammes.

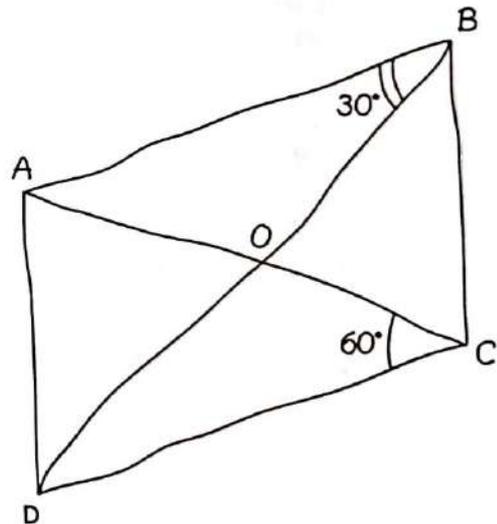


1. a) Démontrer que les droites (AC) et (FE) sont parallèles.
b) Démontrer que $AC = FE$.
2. Justifier que AFEC est un parallélogramme.

15 1. Construire un rectangle ABCD tel que $BC = 8 \text{ cm}$, $\widehat{DBC} = 27^\circ$.

2. Coder tous les segments de même longueur.
3. Déterminer tous les angles de la figure.
4. Existe-il un cercle passant par les quatre sommets du rectangle ? Si oui, quel est son centre ?

16 On considère la figure ci-dessous tracée à main levée. Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme de centre O.



1. Déterminer, en justifiant, les angles de la figure.
2. Quelle est la nature exacte du quadrilatère ABCD ?

17 DÉFI!

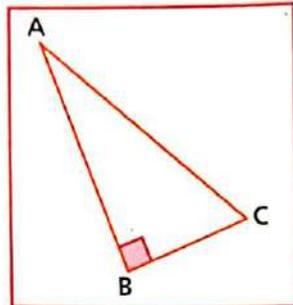
Tracer un quadrilatère quelconque ABCD. Déterminer la somme de ses angles.

Cours

32 33 **34** 35 36

1 Théorème de Pythagore

Si le triangle ABC est rectangle en B alors $AC^2 = BA^2 + BC^2$.



$$AC^2 = BA^2 + BC^2$$

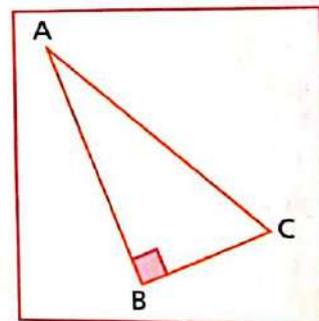
Ce théorème est utilisé :

- pour calculer des longueurs dans un triangle rectangle ;
- pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle.

2 Réciproque du théorème de Pythagore

Si dans un triangle ABC on a $AC^2 = BA^2 + BC^2$ alors le triangle ABC est rectangle en B.

$$AC^2 = BA^2 + BC^2$$

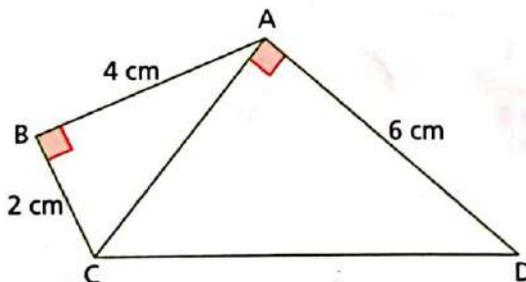


Cette propriété est utilisée pour démontrer qu'un triangle est rectangle.

Exercices d'entraînement

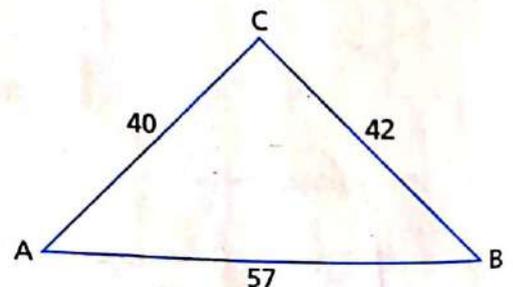
CORRIGÉ

18 On considère la figure ci-dessous.



1. Calculer AC^2 .
2. Calculer CD^2 et en déduire la valeur exacte de CD puis une valeur arrondie au dixième.

19 On considère le triangle ABC ci-dessous



Déterminer si le triangle ABC est rectangle. Qu'avez-vous utilisé : le théorème de Pythagore ou bien sa réciproque ?

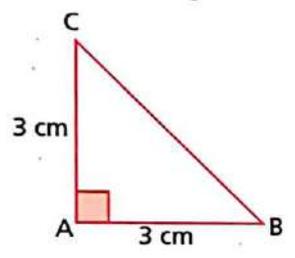
20 On considère le triangle FTG tel que : $FT = 520$, $TG = 448$ et $GF = 264$. Déterminer si le triangle FTG est rectangle. Qu'avez-vous utilisé : le théorème de Pythagore ou bien sa réciproque ?

21 Voici les dimensions de trois triangles.

ABC	MPL	TUJ
$AB = 60$ cm	$MP = 73$ cm	$TU = 5$ cm
$BC = 40$ cm	$PL = 55$ cm	$UJ = 4$ cm
$CA = 100$ cm	$LM = 48$ cm	$JT = 2,5$ cm

Pour chaque triangle faire un dessin à main levée et indiquer si le triangle est rectangle ou s'il ne l'est pas. Justifier la réponse.

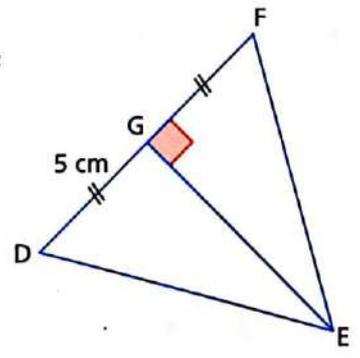
22 On considère le triangle ABC ci-dessous.



- Déterminer la nature exacte de ce triangle.
- Calculer BC^2 .
- Donner la valeur exacte de BC, puis une valeur approchée au dixième.

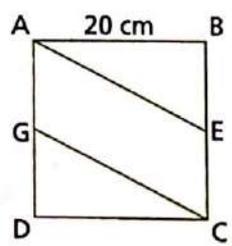
23 On considère le triangle équilatéral EDF ci-contre.

- Donner la longueur des côtés du triangle EDF.
- Calculer la valeur exacte de EG puis une valeur arrondie au dixième.

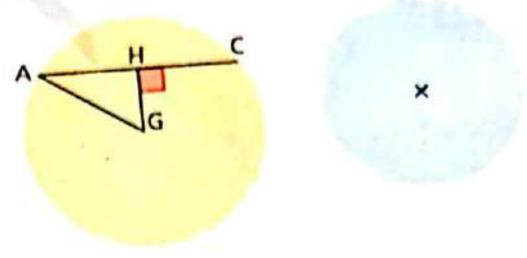


24 Le quadrilatère ABCD est un carré et E et G sont les milieux respectifs des côtés [BC] et [AD].

- a) Déterminer EC et AG.
b) Calculer AE^2 et GC^2 .
- Déduire de la question 1. que AGCE est un parallélogramme.

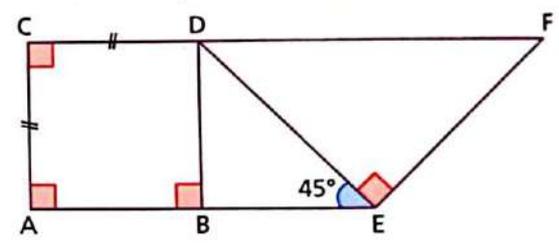


25 Dans la figure ci-dessous, on donne $AG = 4$ cm, $HG = 3$ cm et H est le milieu de [AC].



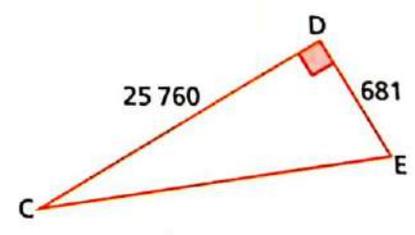
- Calculer AG^2 et AH. En déduire AC.
- Calculer l'aire du disque bleu de diamètre AC.
- Calculer l'aire de la couronne orange.
- Comparer les résultats des questions 2. et 3..
Rappel : l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.

26 On considère la figure ci-dessous où $CD = 4$ cm et les points C, D et F sont alignés.



- Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier.
- Calculer AE.
- Déterminer la mesure de l'angle EDF. En déduire la nature du triangle EDF.
- Calculer DE puis DF.

27 Lors d'une course en VTT le départ est donné en C et l'arrivée est en E.



L'unité est le mètre et le dessin n'est pas à l'échelle.

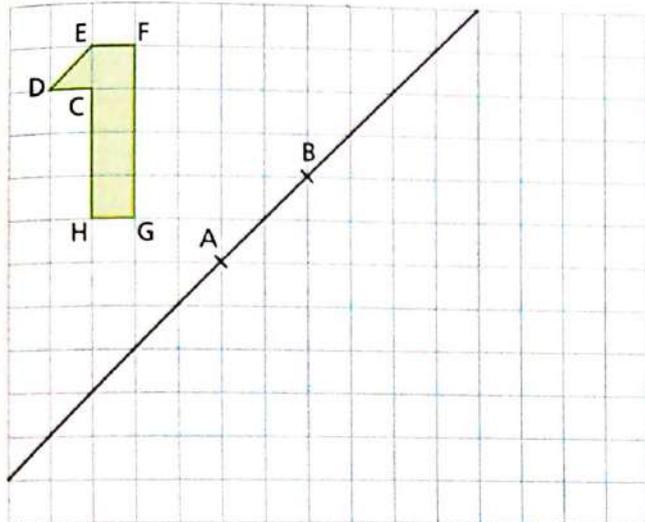
Les garçons doivent passer par la balise D alors que les filles font le trajet direct. Antoine dit que ce n'est pas normal car les filles ont un trajet beaucoup plus court ! Qu'en pensez-vous ?



Exercices d'entraînement

CORRIGÉ

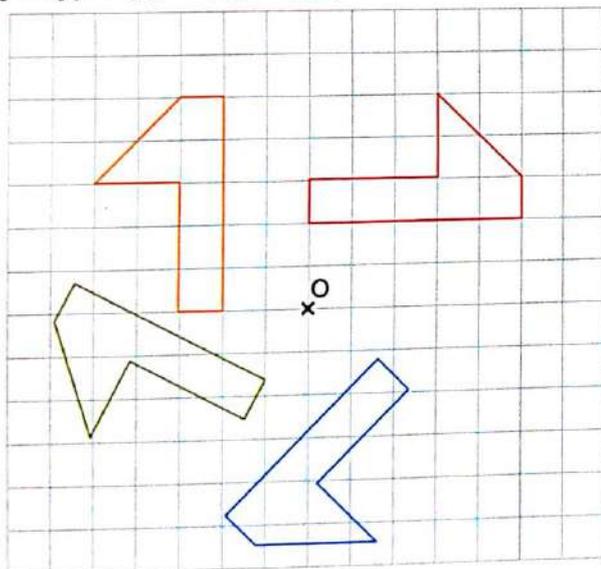
28 1. Reproduire la figure ci-dessous sur un quadrillage.



2. Construire le symétrique de CDEFGH par rapport à la droite (AB).

3. Construire le symétrique de CDEFGH par rapport au point B.

29 Recopier et compléter en choisissant la valeur de l'angle parmi les nombres suivants. $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ - 145^\circ - 10^\circ$.



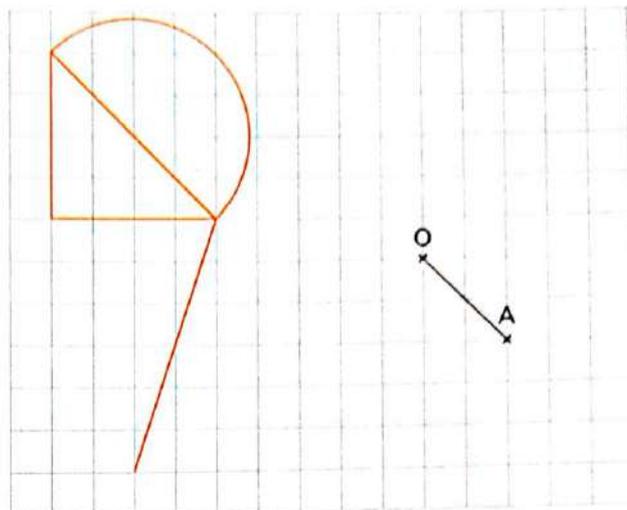
a) La figure rouge est obtenue à partir de la figure orange par la rotation de centre O d'angle ... dans le sens

b) La figure verte est obtenue à partir de la figure orange par la rotation de centre O d'angle ... dans le sens....

c) La figure bleue est obtenue à partir de la figure orange par la rotation de centre O d'angle ... dans le sens

d) La figure bleue est obtenue à partir de la figure verte par la rotation de centre O d'angle ... dans le sens

30 1. Reproduire la figure ci-dessous sur un quadrillage.

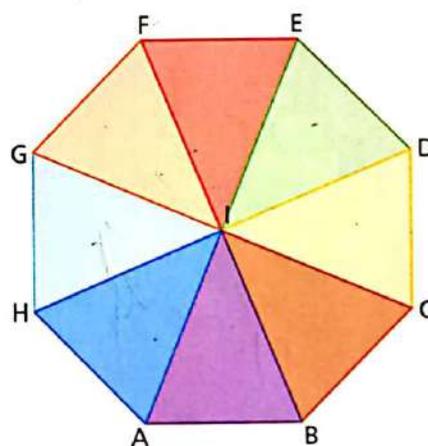


2. Construire en rouge l'image de la figure en orange par la translation correspondant à un déplacement de 3 carreaux vers la droite.

3. Construire en bleu l'image de la figure en rouge par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens \curvearrowright .

4. Construire en vert l'image de la figure en bleu par la symétrie d'axe (OA).

31 ABCDEFGH est un octogone régulier.



Tous les triangles tracés sont superposables.

1. Indiquer les triangles qui sont symétriques (on ne tient pas compte de la couleur) en précisant soit le centre soit l'axe.

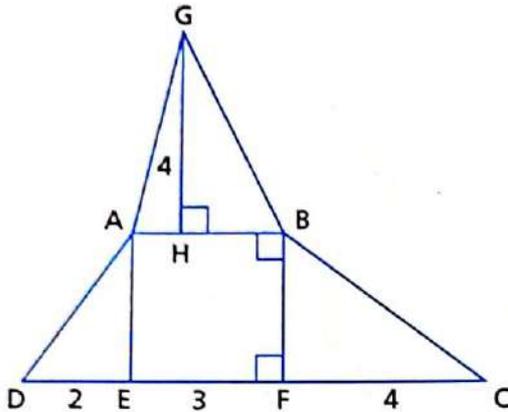
2. En précisant le centre, le sens et l'angle indiquer quelle rotation permet de passer du triangle vert :

- au triangle rouge;
- au triangle marron;
- au triangle bleu clair.

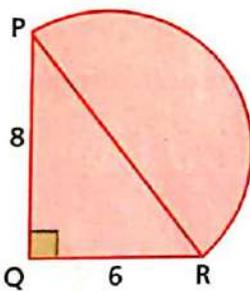
Exercices d'entraînement

CORRIGÉ

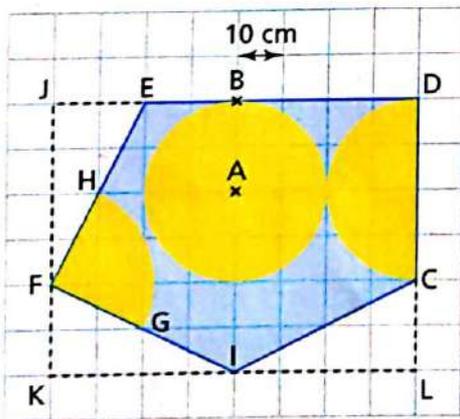
32 Dans la figure ci-dessous, AEFB est un carré. L'unité est le cm. Calculer l'aire du polygone AGBCD.



33 Calculer l'aire de cette figure où l'unité est le cm. Donner la valeur exacte puis une valeur arrondie au dixième de mm² du résultat.

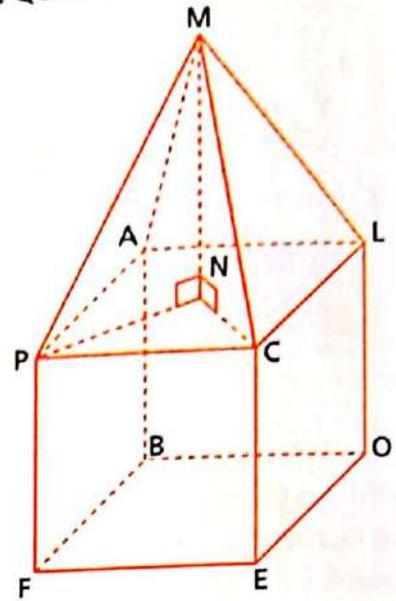


34 Voici le plan d'un massif de fleurs.



On a implanté trois arroseurs qui arrosent la surface colorée en jaune. Quel pourcentage du massif représente la partie arrosée ?

35 On donne $MN = 12$ cm. Le cube a pour arête 8 cm. Quel est le volume de ce solide ?



36 Ce silo est formé d'un cylindre et d'un cône.

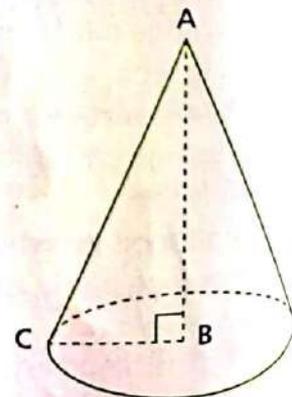
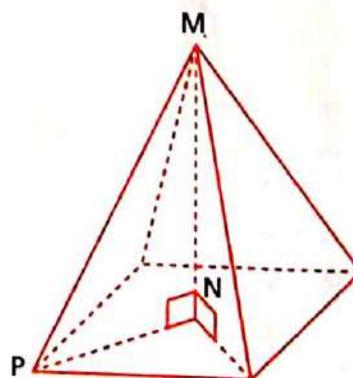
Le cylindre mesure 5 m de haut et son rayon est 1,5 m. Le cône a pour hauteur 4 m. Quel est le volume de ce silo (donner la valeur exacte puis une valeur arrondie au dixième de m³) ?

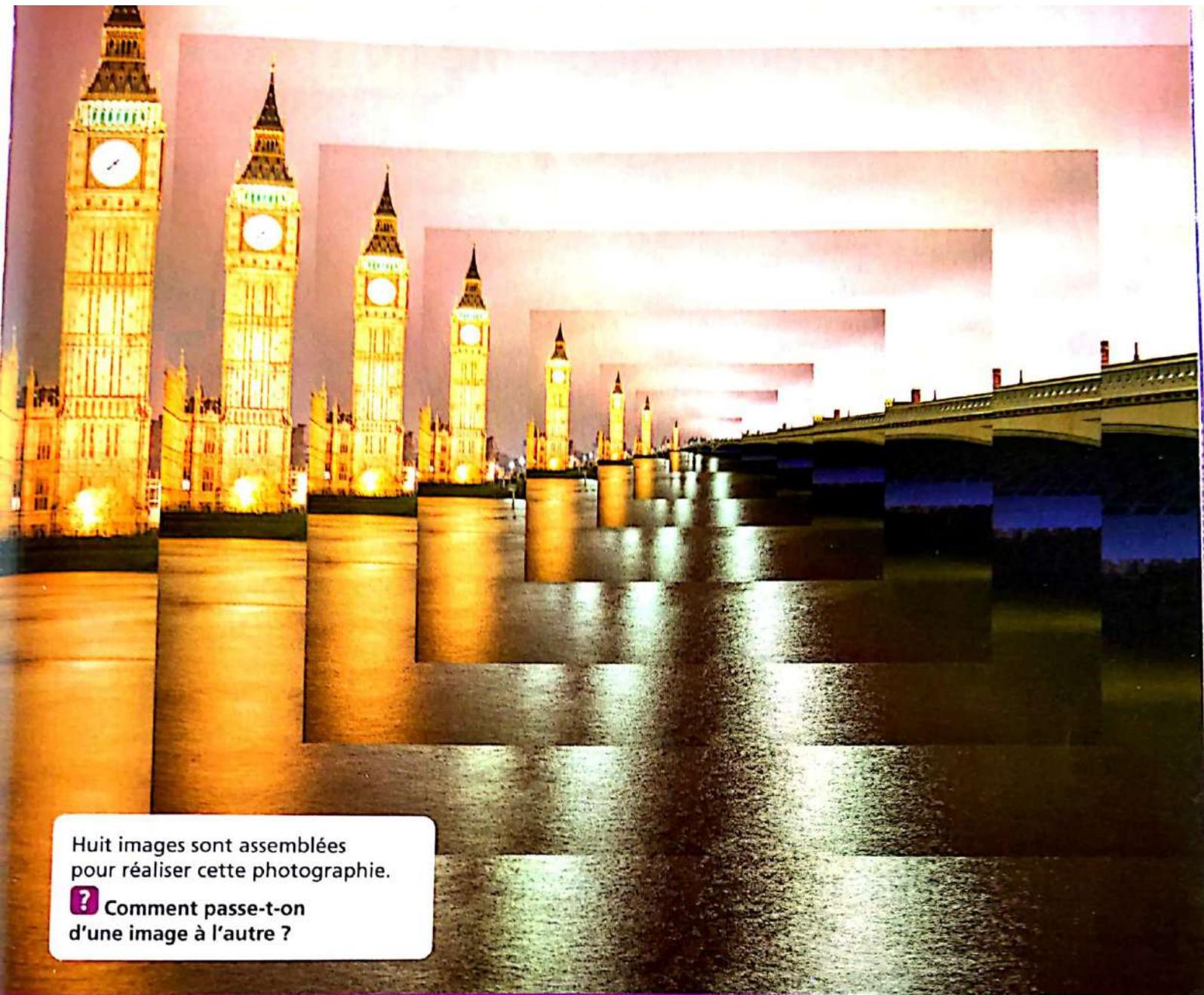


37 On donne les mesures suivantes.

- Pour le cône $AB = 10$ cm et $BC = 2$ cm.
- Pour la pyramide à base carrée $MN = 10$ cm et $PN = 2$ cm.

Qui a le plus grand volume ?





Huit images sont assemblées pour réaliser cette photographie.

? Comment passe-t-on d'une image à l'autre ?

SÉQUENCE

Théorème de Thalès et homothéties

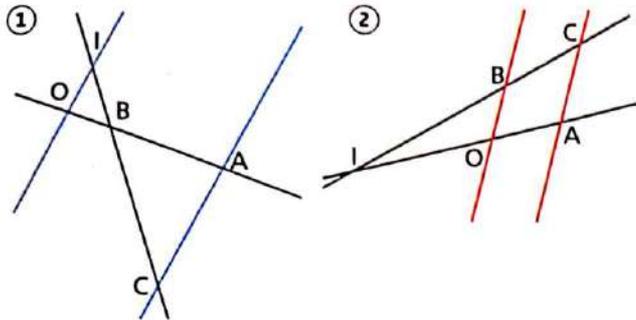
NOTIONS

- 37 Utiliser le théorème de Thalès pour calculer des longueurs 166
- 38 Démontrer que des droites sont ou ne sont pas parallèles 168
- 39 Découvrir les homothéties 170
- 40 Faire des agrandissements et des réductions dans le plan 172

Exercices d'application

CORRIGÉ

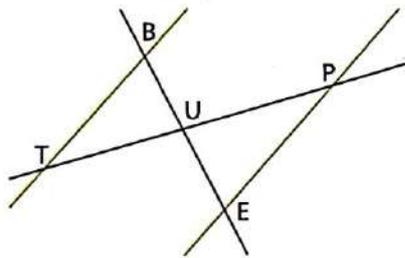
1 Dans les figures suivantes, les droites colorées sont parallèles, associer à chaque figure l'égalité des rapports de longueurs correspondante.



$$\frac{IB}{IC} = \frac{IO}{IA} = \frac{BO}{CA}$$

$$\frac{BO}{BA} = \frac{BI}{BC} = \frac{OI}{AC}$$

2 Dans la figure ci-contre, les droites colorées sont parallèles, le professeur a demandé à Merlin d'énoncer le théorème de Thalès.



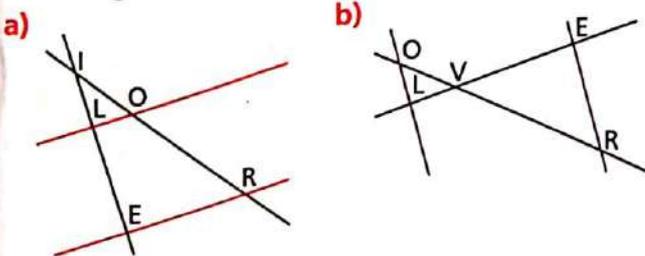
Voici ce qu'il a écrit.

Les droites (TU) et (BU) sont sécantes en U, et les droites (BT) et (EP) sont parallèles. Alors, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{BU}{BE} = \frac{TU}{TP} = \frac{BT}{PE}$$

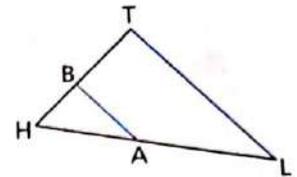
Recopier et corriger, si besoin, la copie de Merlin.

3 Dans les figures suivantes, les droites colorées sont parallèles. Écrire dans chaque cas les égalités que l'on peut trouver grâce au théorème de Thalès.

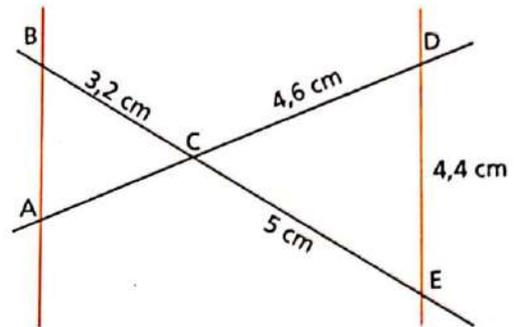


Exercices d'entraînement

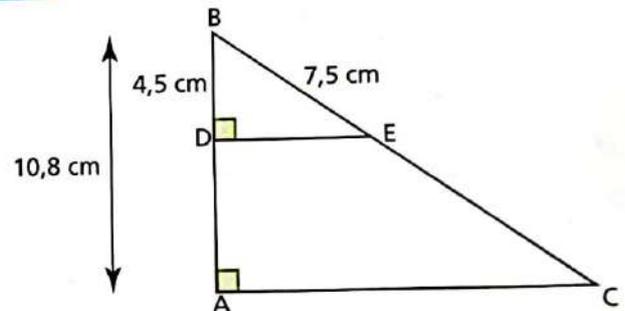
4 Les droites (AB) et (TL) sont parallèles. On a $HB = 4$ cm, $HT = 10$ cm et $HA = 6,5$ cm. Calculer HL.



5 Les droites (AB) et (DE) sont parallèles. Calculer AB et AC.



6 On considère la figure suivante.

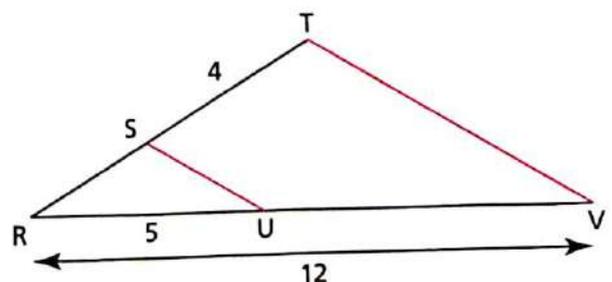


- Calculer DE.
- Calculer AC et BC.

- 7**
- Construire un triangle MON tel que $MO = 5$ cm, $MN = 7$ cm et $\widehat{NMO} = 62^\circ$.
 - Placer P tel que $M \in [PO]$ et $MP = 2$ cm.
 - Construire la parallèle à (ON) passant par P. Elle coupe (MN) en Q.
 - Calculer MQ.

8 DÉFI!

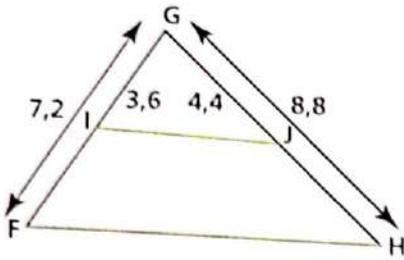
Sur la figure à main levée ci-dessous, les droites colorées sont parallèles. Calculer RS.



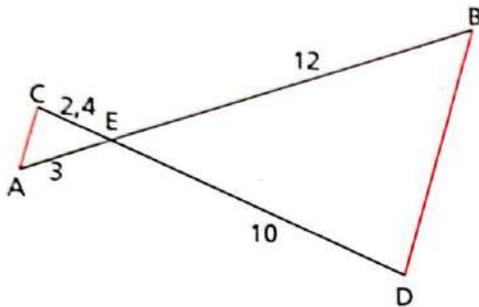
Exercices d'application

9 Dans les figures suivantes, calculer de tête les rapports de longueurs et dire si les droites colorées sont parallèles ou non.

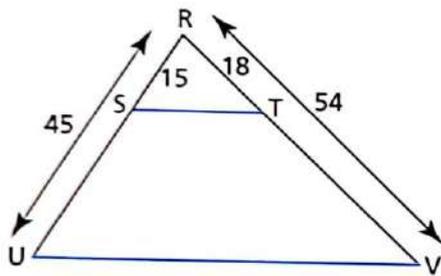
a)



b)

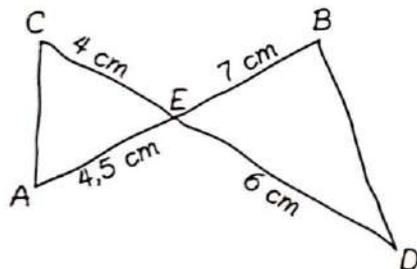


c)



CORRIGÉ

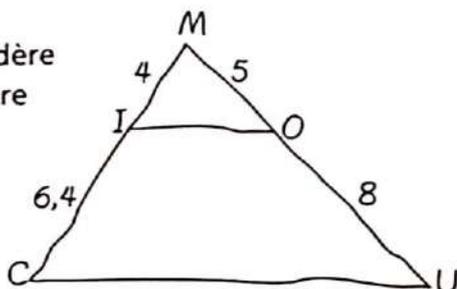
10 On considère la figure suivante qui n'est pas en vraie grandeur.



1. Calculer $\frac{EC}{ED}$ et $\frac{EA}{EB}$.

2. Que peut-on dire des droites (AC) et (BD) ? Justifier.

11 On considère la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur.



1. Calculer $\frac{MI}{MC}$ et $\frac{MO}{MU}$.

2. Que peut-on dire des droites (IO) et (CU) ? Justifier.

Exercices d'entraînement

CORRIGÉ

12 1. Tracer un triangle PIC tel que $PI = 5$ cm, $PC = 3,3$ cm et $\widehat{IPC} = 120^\circ$.

2. Placer le point E de la demi-droite (PI) tel que $PE = 7,5$ cm et le point U de la demi-droite (PC) tel que $PU = 5$ cm.

3. Les droites (EU) et (IC) sont-elles parallèles ? Justifier.

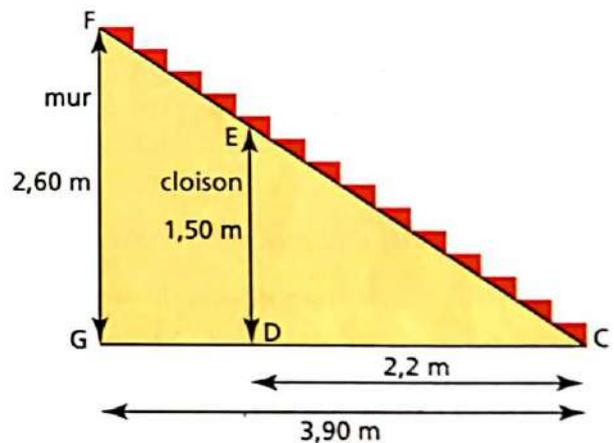
13 1. Tracer un triangle AIR rectangle en A tel que $AI = 7$ cm et $AR = 9$ cm.

2. Placer le point P tel que $A \in [PI]$ et $AP = 2,1$ cm.

3. Placer le point S tel que $A \in [RS]$ et $AS = 2,7$ cm.

4. Les droites (RI) et (PS) sont-elles parallèles ? Justifier.

14 M. Hajji veut aménager un cagibi sous son escalier. Voici les mesures qu'il a prises après avoir installé sa cloison.

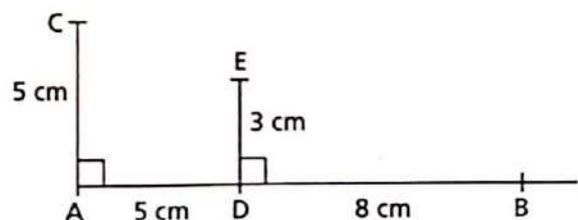


Sa cloison est-elle parallèle au mur ? Justifier.

15 DÉFI!

1. Supposons que C, E et B sont alignés. Quelle égalité peut-on écrire ?

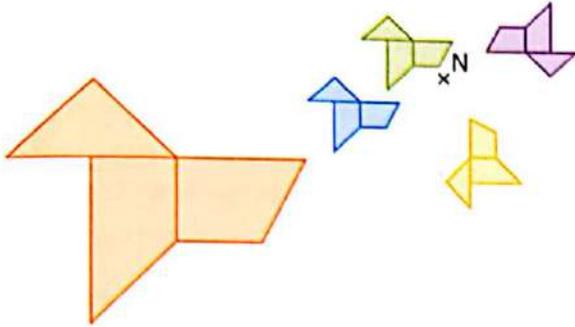
2. Que peut-on en déduire ?



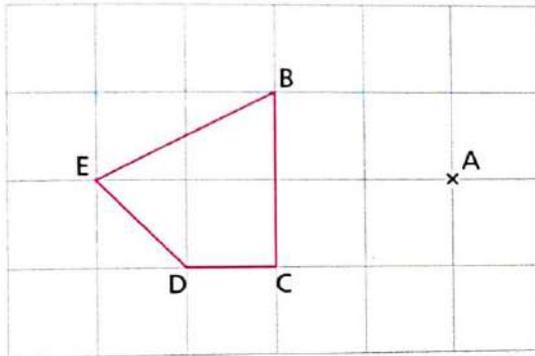
Exercices d'application

CORRIGÉ

16 On considère les figures suivantes. Indiquer les figures obtenues à partir de la figure bleue par une homothétie de centre N. Préciser le signe du rapport de l'homothétie trouvée.



17 1. Reproduire sur quadrillage la figure suivante.



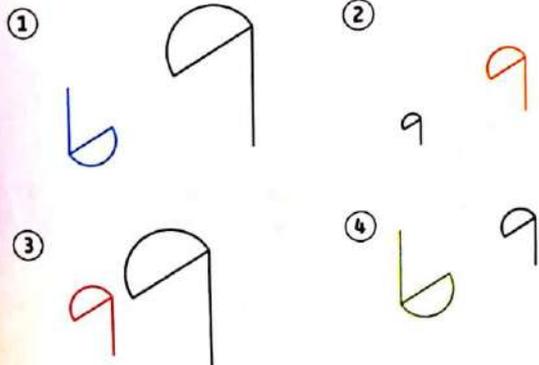
2. Construire l'image $B'C'D'E'$ du quadrilatère BCDE par l'homothétie de centre A et de rapport 2.
3. Construire l'image $B''C''D''E''$ du quadrilatère BCDE par l'homothétie de centre A et de rapport -2 .

CORRIGÉ

18 Dans chacun des cas suivants, la figure en noir est transformée en une figure colorée par une homothétie de rapport k .

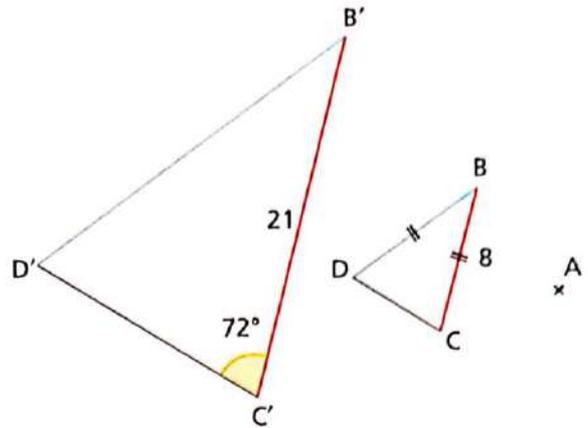
Pour quelle figure a-t-on :

- a) $k > 1$?
- b) $k < -1$?
- c) $0 < k < 1$
- d) $-1 < k < 0$?



19 Quel autre nom peut-on donner à une homothétie de rapport -1 ?

Pour les exercices **20** à **25** on utilise la figure suivante où le triangle $C'D'B'$ est l'image du triangle CDB par l'homothétie de centre A et de rapport k .



20 a) Écrire trois quotients égaux de longueurs.

b) En déduire la valeur de k .

21 a) Calculer l'angle \widehat{DCB} .

b) Calculer l'angle $\widehat{D'B'C'}$.

22 On donne $D'C' = 13$. Calculer DC au dixième près.

23 a) Calculer le périmètre du triangle BCD.

b) En déduire par une seule opération le périmètre du triangle $B'C'D'$ au dixième près.

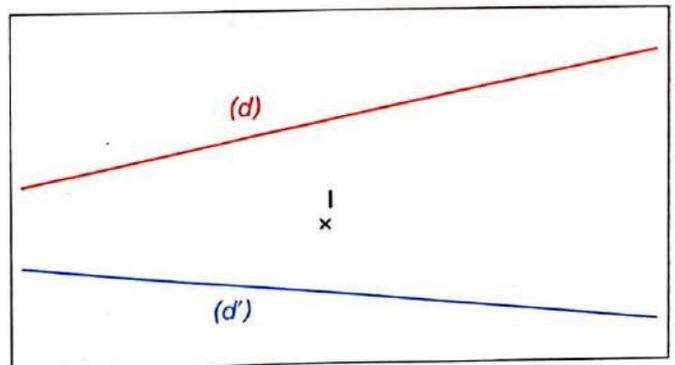
24 Pourquoi peut-on affirmer que les points C' , C et A sont alignés ?

25 DÉFI!

Reproduire une figure du même type que celle-ci-dessous.

Tracer la droite passant par le point I et le point d'intersection des droites (d) et (d') .

Tous les traits de construction doivent être dessinés sur la feuille et on ne doit pas sortir du cadre.



Exercices d'application

CORRIGÉ

26 On considère une homothétie h de rapport k , un triangle \mathcal{T} et son image \mathcal{T}' par h . Choisir la bonne réponse.

- Si $k = 8$ alors l'aire de \mathcal{T}' est :
 - 8 fois plus grande que celle de \mathcal{T} .
 - 2 fois plus grande que celle de \mathcal{T} .
 - 64 fois plus grande que celle de \mathcal{T} .
- Si $k = -3$ alors l'aire de \mathcal{T}' est :
 - 3 fois plus grande que celle de \mathcal{T} .
 - 6 fois plus grande que celle de \mathcal{T} .
 - 9 fois plus grande que celle de \mathcal{T} .
- Si $k = \frac{1}{2}$ alors l'aire de \mathcal{T}' est :
 - 2 fois plus petite que celle de \mathcal{T} .
 - 4 fois plus petite que celle de \mathcal{T} .
 - 4 fois plus grande que celle de \mathcal{T} .

27 On considère une homothétie h de rapport k , un triangle \mathcal{T} et son image \mathcal{T}' par h . Choisir la bonne réponse.

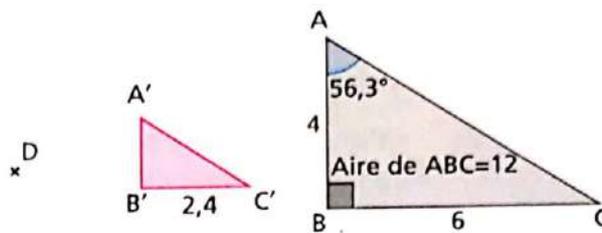
- Si l'aire de \mathcal{T} est 12 cm^2 et si $k = 3$ alors l'aire de \mathcal{T}' est :
 - 36 cm^2
 - 108 cm^2
 - $3 \times 12^2 \text{ cm}^2$
- Si l'aire de \mathcal{T} est 48 cm^2 et l'aire de \mathcal{T}' est 12 cm^2 alors :
 - $k = 4$
 - $k = \frac{1}{2}$
 - $k = 2$
- Si l'aire de \mathcal{T}' est 225 cm^2 et $k = 1,5$ alors :
 - l'aire de \mathcal{T} est 150 cm^2
 - l'aire de \mathcal{T} est $506,25 \text{ cm}^2$
 - l'aire de \mathcal{T} est 100 cm^2 .

28 On considère une homothétie h de rapport k , un triangle \mathcal{T} et son image \mathcal{T}' par h . Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

- Si le périmètre de \mathcal{T} est 15 cm et le périmètre de \mathcal{T}' est 10 cm , alors on peut avoir :
 - $k > 1$
 - $-1 < k < 1$
 - $k < -1$
- Si l'aire de \mathcal{T} est 15 cm^2 et l'aire de \mathcal{T}' est 240 cm^2 , alors on peut avoir :
 - $k > 1$
 - $-1 < k < 1$
 - $k < -1$

Exercices d'entraînement

Pour les exercices **29** à **33** on considère la figure suivante. Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par l'homothétie de rapport k et de centre D .



CORRIGÉ

29 La valeur de k est parmi les valeurs suivantes.

Déterminer k .

- $k = 2,5$
- $k = -0,2$
- $k = 0,4$
- $k = -1,5$

30 Quel est le rapport de l'homothétie de centre D qui transforme le triangle $A'B'C'$ en le triangle ABC ?

31 Déterminer les angles du triangle $A'B'C'$.

32 Calculer l'aire du triangle $A'B'C'$ en effectuant un seul calcul.

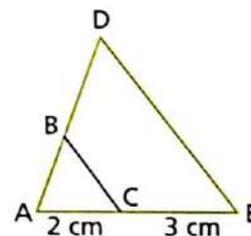
33 Calculer $A'B'$ en effectuant un seul calcul.

34 Si on transforme un triangle ABC par une homothétie de rapport 5 , par combien sera multipliée son aire ? Et son périmètre ?

35 Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

1. Quelle est la transformation qui permet d'obtenir le triangle ADE à partir du triangle ABC ?

2. De combien de fois l'aire du triangle ADE est-elle plus grande que celle du triangle ABC ?

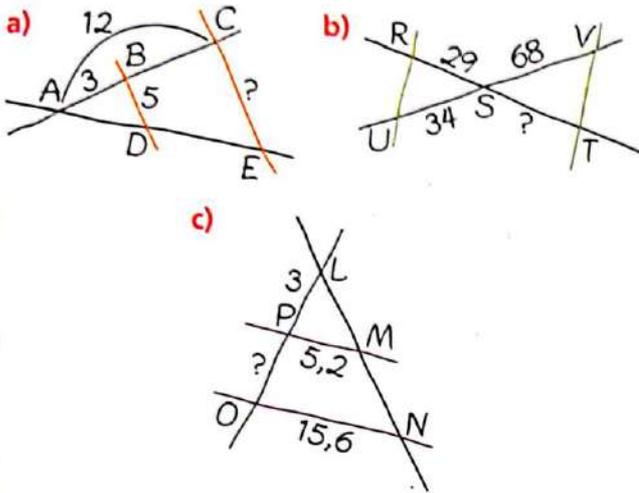


36 DÉFI!

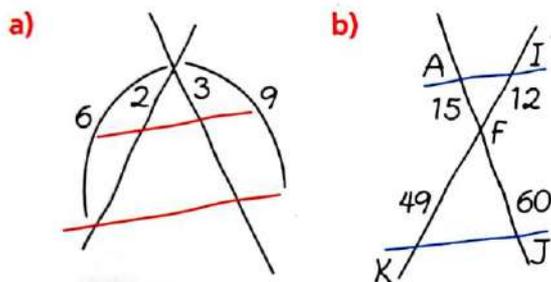
En transformant une figure par une homothétie, on a doublé son aire. Quels sont les rapports possibles de cette homothétie ?

Calcul mental

37 Dans les figures à main levée suivantes, les droites colorées sont parallèles. Calculer de tête la longueur inconnue.



38 Dans les figures à main levée suivantes, les droites colorées sont-elles parallèles ?



Vocabulaire

39 J'utilise un vocabulaire précis.

lienmini.fr/delta3-045
Exercice interactif

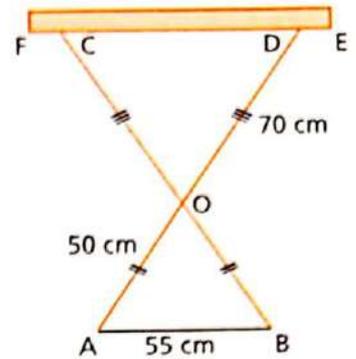
Calculer des longueurs

40 Une table de jardin pliante peut être représentée de la manière ci-contre quand elle est ouverte.



Sachant que son plateau est carré, calculer les dimensions de ce dernier.

On donne $FC = DE = 10$ cm.



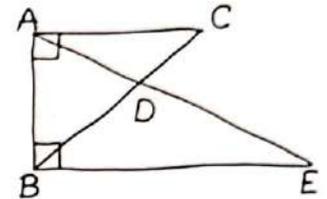
41 DNB

(D'après France métropolitaine, Septembre 2013)

Voici une figure codée réalisée à main levée.

On sait que :

- la droite (AC) est perpendiculaire à la droite (AB).
- la droite (EB) est perpendiculaire à la droite (AB).
- les droites (AE) et (BC) se coupent en D.
- $AC = 2,4$ cm, $AB = 3,2$ cm, $BD = 2,5$ cm et $DC = 1,5$ cm.

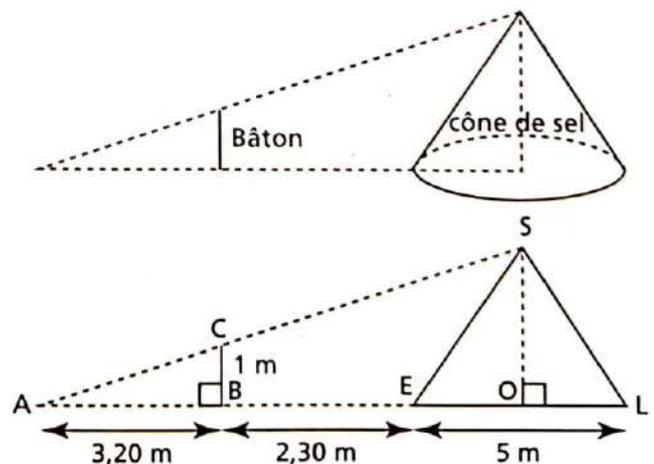


1. Réaliser la figure en vraie grandeur sur la copie.
2. Déterminer l'aire du triangle ABE.

42 DNB

(D'après France métropolitaine, Juin 2013)

Dans les marais salants, le sel récolté est stocké sur une surface plane. On admet qu'un tas de sel a toujours la forme d'un cône de révolution. Pascal souhaite déterminer la hauteur d'un cône de sel de diamètre 5 mètres. Il possède un bâton de longueur 1 mètre. Il effectue des mesures et réalise les deux schémas ci-dessous.



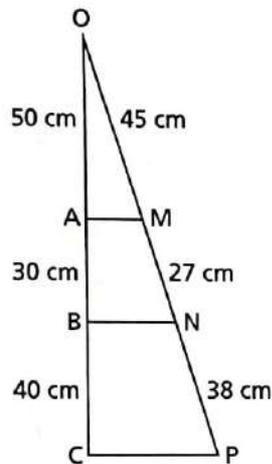
Calculer la hauteur de ce cône.

Démontrer que des droites sont ou ne sont pas parallèles

43 Rémi installe une étagère échelle dans sa chambre.

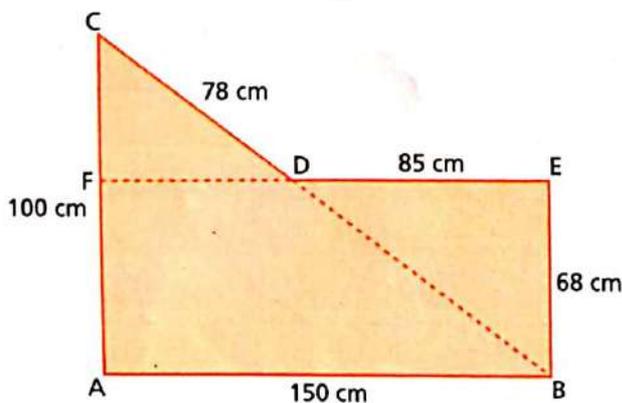


Voici les mesures indiquées sur le plan. Les étagères sont-elles parallèles au sol ?



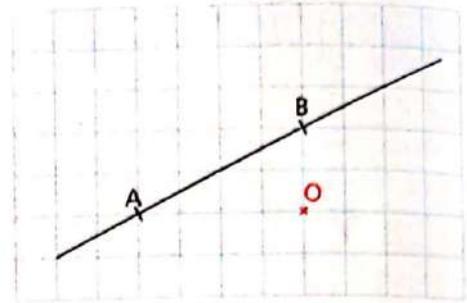
44 Un plaquiste coupe une plaque de plâtre de la forme suivante. Pour savoir si les bords droite et gauche sont parallèles, il prolonge de manière rectiligne deux bords [CD] et [DE] et note les mesures suivantes sur le schéma ci-dessous. De plus, il trouve $CB = 180$ cm et $FE = AB$.

1. Les bords droite et gauche sont-ils parallèles ? Justifier.
2. Reproduire à l'échelle $\frac{1}{10}$ la plaque ci-dessous.



Homothéties

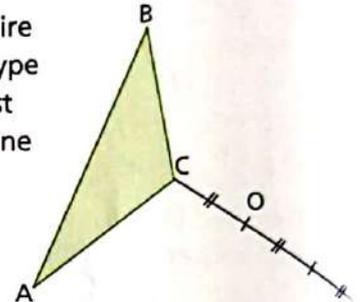
45 1. Reproduire sur quadrillage la figure suivante.



2. Construire l'image de la droite (AB) par l'homothétie de centre O et de rapport 2.

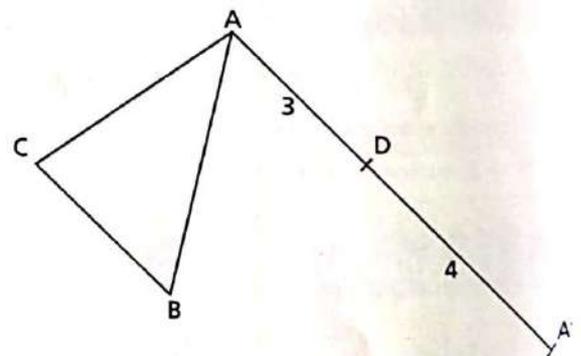
3. Construire l'image de la droite (AB) par l'homothétie de centre O et de rapport $-\frac{1}{2}$.

46 1. Reproduire une figure de ce type dans laquelle C' est l'image de C par une homothétie h de centre O.



2. Tracer A'B'C' l'image du triangle ABC par l'homothétie h. Quel est le rapport k de cette homothétie ?
3. Par combien doit-on multiplier l'aire de ABC pour obtenir celle de A'B'C' ?

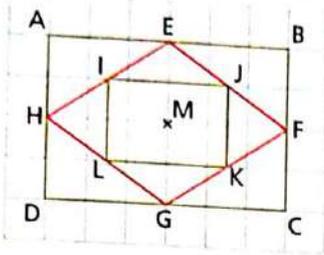
47 1. Reproduire une figure de ce type dans laquelle A' est l'image de A par une homothétie h de centre D.



2. Tracer A'B'C' l'image du triangle ABC par l'homothétie h.
3. Par combien doit-on multiplier le périmètre de ABC pour obtenir celui de A'B'C' ?
4. Par combien doit-on multiplier l'aire de ABC pour obtenir celle de A'B'C' ?

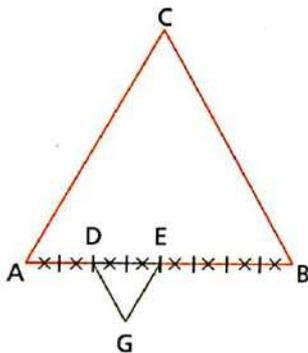
Agrandissement et réduction dans le plan

48 On donne $AB = 6$ cm et $AD = 4$ cm.



1. Quelle est le centre et le rapport de l'homothétie qui transforme le rectangle ABCD en le rectangle IJKL ?
2. a) Calculer le périmètre de IJKL.
b) Calculer l'aire du rectangle IJKL.

49 Les triangles ABC et DEG sont équilatéraux. On donne $AB = 8$ cm. Il existe une homothétie qui transforme le triangle ABC en le triangle DEG.



1. a) Reproduire la figure sur quadrillage.
b) Construire le centre et déterminer le rapport de cette homothétie.
2. Calculer le périmètre de ABC et en déduire celui de DEG.
3. Par combien faut-il multiplier l'aire de ABC pour obtenir celle de DEG.

Problèmes

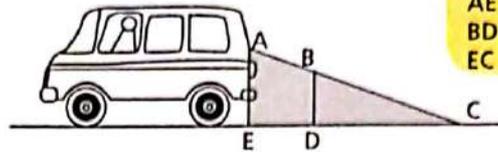
CORRIGÉ

50 Je m'exerce pour le DNB

(D'après Nouvelle-Calédonie, Décembre 2013)

Communiquer En se retournant lors d'une marche arrière, la conductrice d'une camionnette voit le sol à 6 mètres derrière son camion. Sur le schéma, la zone grisée correspond à ce que la conductrice ne voit pas lorsqu'elle regarde en arrière.

Données :
 $(AE) \parallel (BD)$
 $AE = 1,50$ m
 $BD = 1,10$ m
 $EC = 6$ m

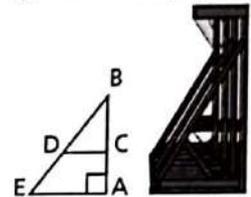


1. Calculer DC.
2. En déduire que $ED = 1,60$ m.
3. Une fillette mesure 1,10 m. Elle passe à 1,40 m derrière la camionnette. La conductrice peut-elle la voir ? Expliquer.

51 Travaux publics DNB

(D'après Polynésie, 2014)

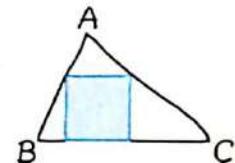
Raisonner Pour construire un mur vertical, il faut parfois utiliser un coffrage et un étiayage qui maintiendra la structure verticale le temps que le béton sèche. Cet étiayage peut se représenter par le schéma ci-contre. Les barres de fer sont coupées et fixées de façon que :



- (AB) et (AE) sont perpendiculaires.
 - C est situé sur la barre [AB].
 - D est situé sur la barre [BE].
 - $AB = 3,5$ m, $AE = 2,625$ m et $CD = 1,5$ m.
1. Calculer BE.
 2. Les barres [CD] et [AE] doivent être parallèles. À quelle distance de B faut-il placer le point C ?

52 Problème ouvert

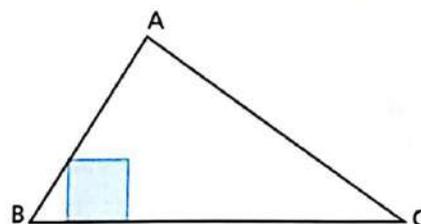
Chercher Isabelle veut faire construire une piscine sur sa pelouse en forme de triangle. Elle la veut carrée et implanter comme sur le schéma ci-contre.



On donne $AB = 9$ m, $AC = 14$ m et $BC = 17$ m.

1. Réaliser un plan à l'échelle $\frac{1}{100}$ de son projet.
2. Quelle est l'aire de la piscine sur le plan ? En déduire l'aire réelle de cette piscine en utilisant l'échelle.

Conseil On peut tracer un petit carré comme ci-dessous et utiliser une homothétie bien choisie.





? Les triangles formés par ces voiles sont-ils superposables ? Sont-ils semblables ?

SÉQUENCE | Cas d'égalités des triangles et triangles semblables

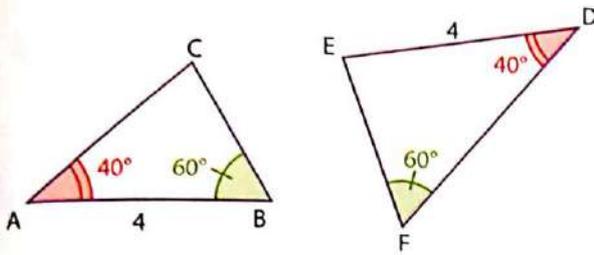
NOTIONS

- 41 Connaître les cas d'égalités de triangles 182
- 42 Démontrer que deux triangles sont semblables 184

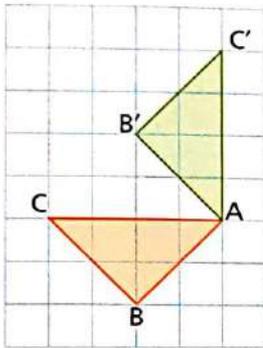
Exercices d'application

CORRIGÉ

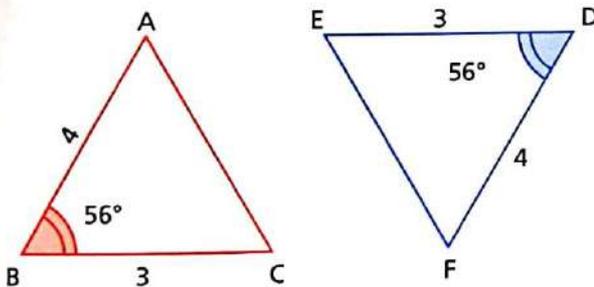
1 Les triangles ABC et DFE sont-ils superposables ? Justifier.



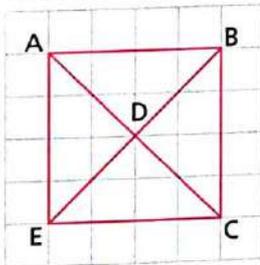
2 Les triangles ABC et AB'C' sont-ils superposables ? Justifier.



3 Les triangles ABC et FDE sont-ils superposables ? Justifier.



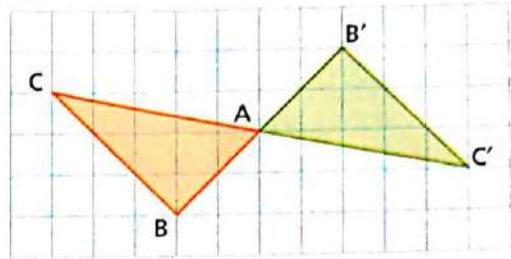
4 Compter le nombre de triangles superposables dans cette figure. Justifier.



5 1. Tracer un rectangle ABCD et la diagonale [BD].

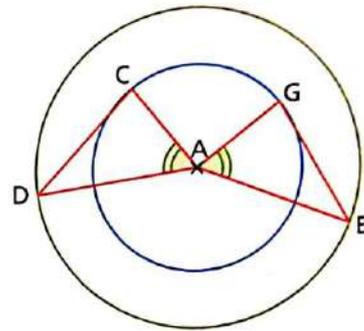
2. Que peut-on dire des triangles ABD et CBD ? Justifier.

6 Les triangles ABC et AB'C' sont symétriques par rapport au point A. Que peut-on en déduire pour ces deux triangles ? Justifier.



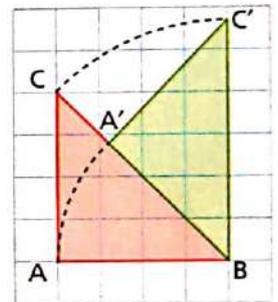
Exercices d'entraînement

7 Les triangles ACD et AGE sont-ils superposables ? Justifier.



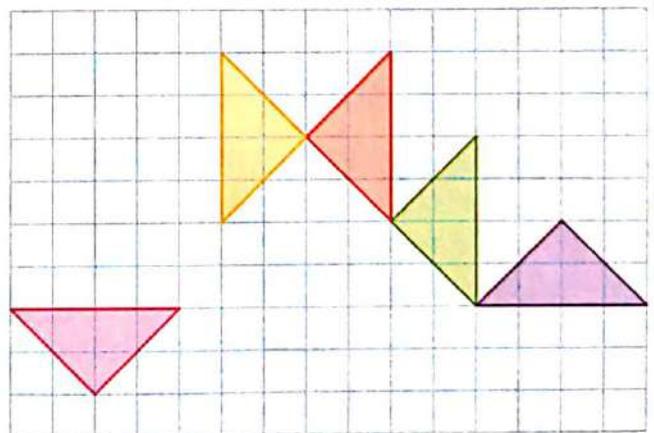
8 1. Quelle transformation permet de passer du triangle ABC au triangle A'BC' ? Expliquer.

2. Que peut-on en déduire pour ces deux triangles ? Justifier.



9 DÉFI!

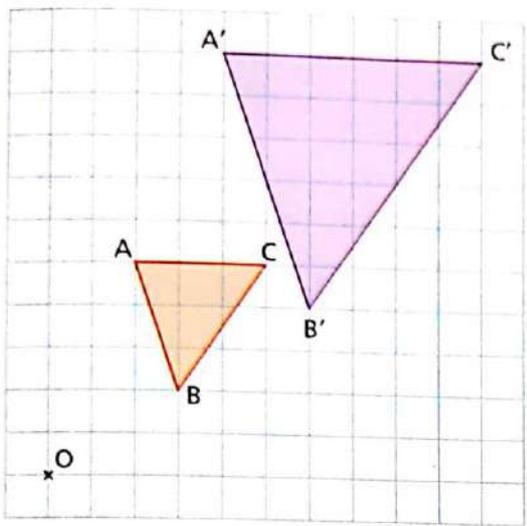
Expliquer pourquoi ces triangles sont tous superposables.



Exercices d'application

CORRIGÉ

10 Le triangle $A'B'C'$ est l'image du triangle ABC par une homothétie de centre O .



- Déterminer le rapport de cette homothétie.
- Que peut-on en déduire pour les triangles ABC et $A'B'C'$? Justifier.

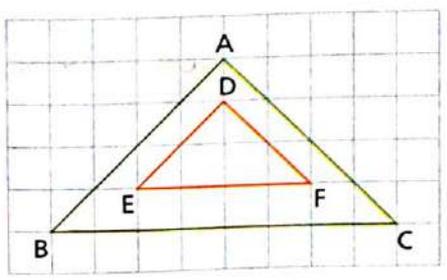
11 Un triangle ABC est tel que $\widehat{ABC} = 50^\circ$ et $\widehat{BAC} = 20^\circ$. Le triangle FGH est tel que $\widehat{FGH} = 110^\circ$ et $\widehat{FHG} = 20^\circ$. Ces deux triangles sont-ils semblables ? Justifier.

12 Un triangle ABC est tel que $\widehat{ABC} = 50^\circ$ et $\widehat{BAC} = 40^\circ$. Le triangle FGH est tel que $\widehat{FGH} = 90^\circ$. Peut-on affirmer que ces triangles sont semblables ? Justifier.

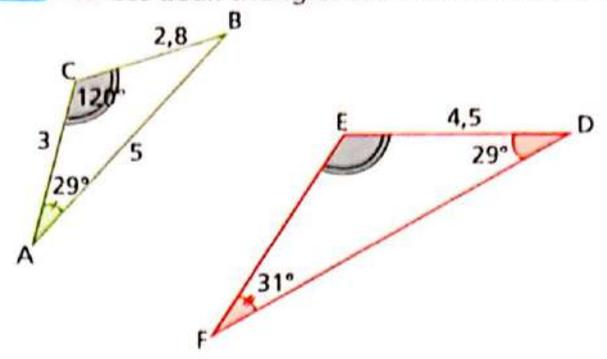
13 Deux triangles ABC et $A'B'C'$ sont tels que $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'} = 45^\circ$, $AB = BC = 6$ cm, $A'B' = B'C' = 26$ cm. Ces triangles sont-ils semblables ? Justifier.

Exercices d'entraînement

14 Les triangles ci-dessous sont-ils semblables ?

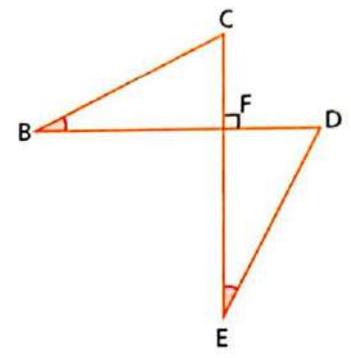


15 1. Ces deux triangles sont-ils semblables ?

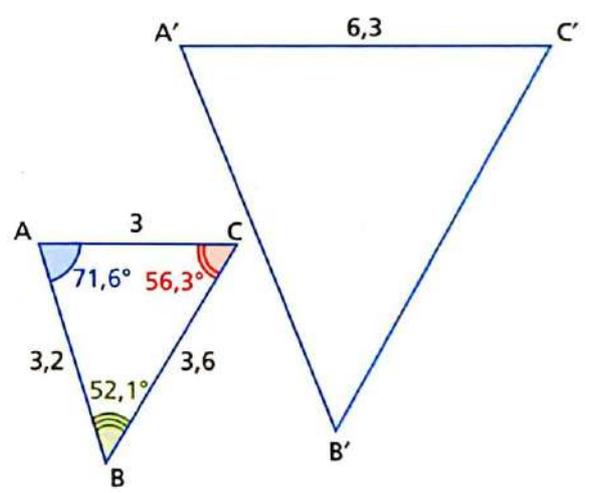


2. Écrire trois quotients égaux et en déduire EF et FD .

16 Ces deux triangles sont-ils semblables ?



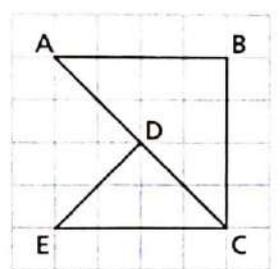
17 Le triangle $A'B'C'$ est obtenu à partir du triangle ABC par une homothétie.



- Quel est le rapport de cette homothétie ?
- Calculer $A'B'$ et $B'C'$.
- Indiquer la mesure de chaque angle du triangle $A'B'C'$.

18 DÉFI!

En s'aidant du quadrillage, expliquer pourquoi les triangles ABC et EDC sont semblables.



Calcul mental

19 Calculer x .

a) $\frac{4}{5} = \frac{x}{2}$

b) $\frac{5}{8} = \frac{2}{x}$

c) $\frac{x}{3} = \frac{7}{2}$

d) $\frac{10}{x} = \frac{2}{3}$

20 Calculer AB.

a) $\frac{AB}{7} = \frac{12}{14}$

b) $\frac{9}{AB} = \frac{36}{4}$

c) $\frac{8}{5} = \frac{AB}{35}$

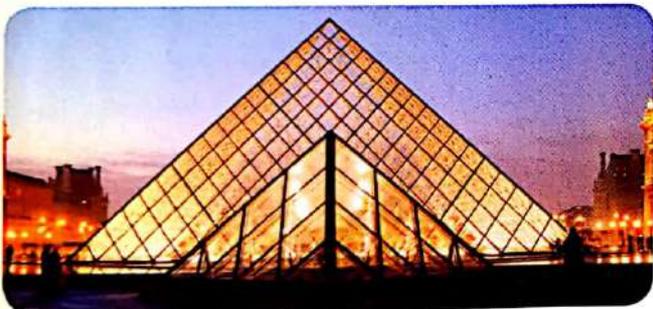
d) $\frac{7}{5} = \frac{AB}{4}$

Vocabulaire

21 J'utilise un vocabulaire précis.



22 Sur cette photo, peut-on voir des triangles semblables ou superposables ?

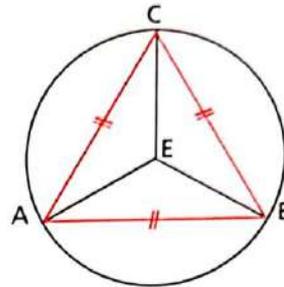


23 Vrai ou faux ?

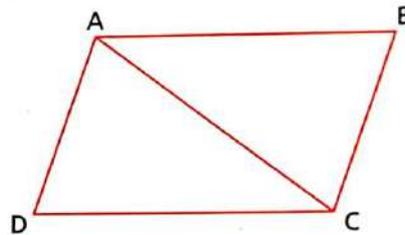
- a) Si deux triangles sont semblables alors ils sont superposables.
- b) Si deux triangles sont superposables alors ils sont semblables.
- c) Tous les triangles rectangles isocèles sont superposables.
- d) Tous les triangles équilatéraux sont semblables.
- e) Tous les triangles rectangles isocèles sont semblables.
- f) Si un triangle a deux angles respectivement égaux à 50° et 60° et si un autre triangle a deux angles respectivement égaux à 50° et 70° alors ces deux triangles sont semblables.

Triangles superposables

24 Le cercle de centre E passe par les points A, B et C. Citer les triangles superposables de cette figure. Justifier.

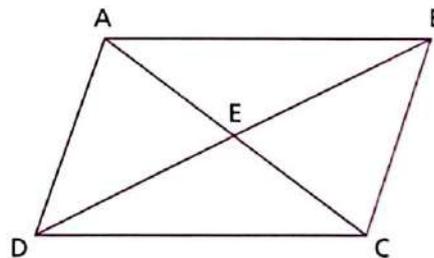


25 Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



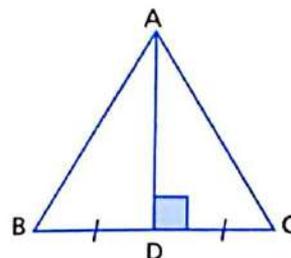
Expliquer pourquoi les triangles ABC et ADC sont superposables.

26 Le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.



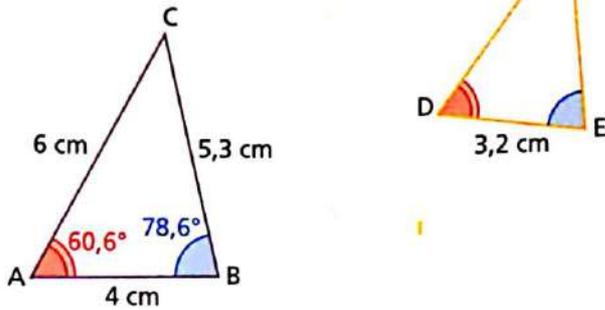
Donner les triangles superposables sur cette figure. Justifier la réponse.

27 Les triangles ADB et ADC sont-ils superposables ? Justifier.



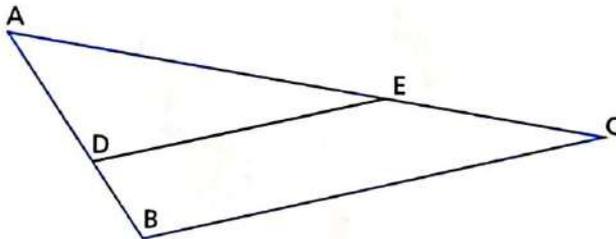
Triangles semblables

28 Les triangles ABC et DEF sont semblables.



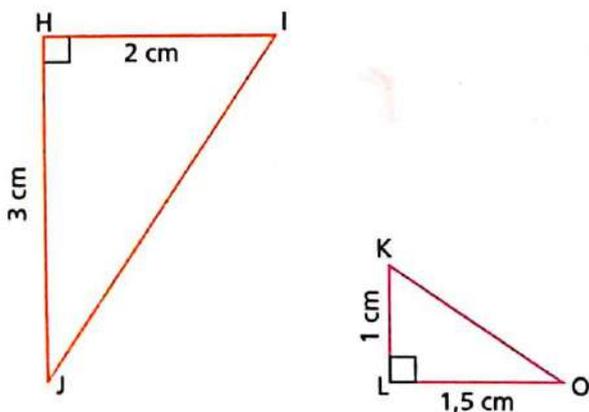
1. Donner la mesure des angles des deux triangles.
2. Écrire une égalité de trois quotients de longueurs entre les côtés de ces triangles.
3. En déduire DF et EF.

29 Les droites (DE) et (BC) sont parallèles. Les points A, E et C d'une part et A, D et B d'autre part sont alignés.

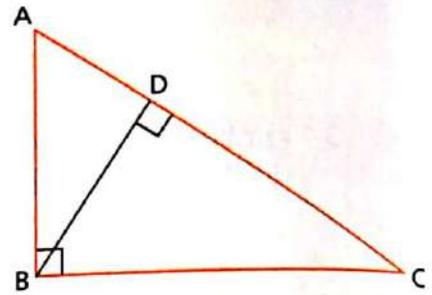


1. Expliquer pourquoi les triangles ABC et ADE sont semblables.
2. On donne $DE = 3,5$ cm, $AE = 4,5$ cm et $BC = 5,4$ cm. Calculer AC (au millimètre près).

30 Les triangles IJH et KLO sont-ils superposables ? semblables ? Justifier les réponses.

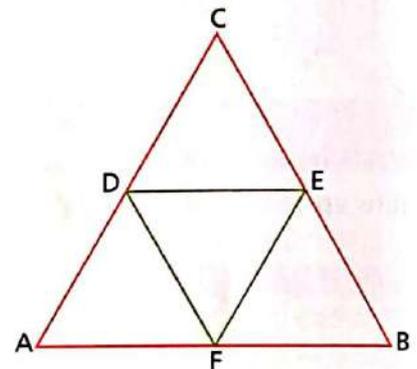


31 1. Reproduire la figure ci-dessous.



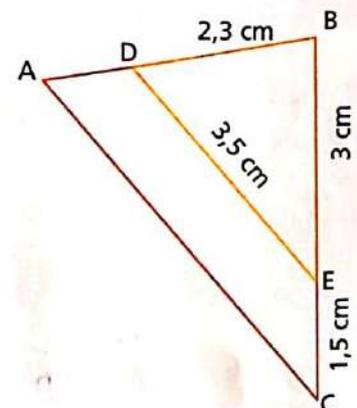
2. Pourquoi a-t-on $\widehat{DBC} = \widehat{BAC}$?
3. Coder les angles égaux de cette figure.
4. Les deux triangles ADB et ABC sont-ils semblables ?

32 Le triangle ABC est équilatéral et E, F sont les milieux des côtés.



1. Reproduire la figure à main levée et la colorier.
2. Quels sont les triangles superposables dans cette figure ? Justifier.
3. Quels sont les triangles semblables non superposables dans cette figure ? Justifier.

33 Sur la figure ci-dessous les droites (AC) et (DE) sont parallèles. Les points B, E et C d'une part et B, D et A d'autre part sont alignés.

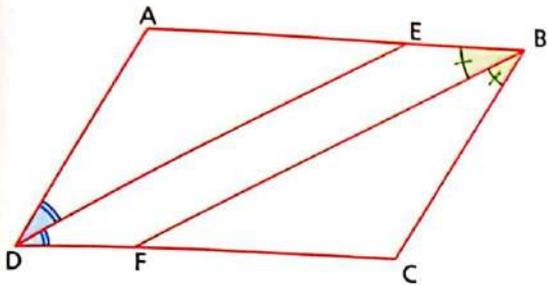


1. Expliquer pourquoi les triangles BDE et BAC sont semblables.
2. Écrire une égalité de trois quotients de longueurs.
3. Calculer BC et en déduire AC et AD.

Problèmes

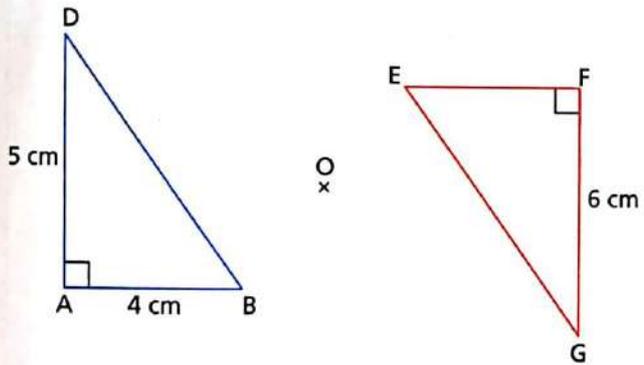
- 34** 1. Construire un rectangle ABCD tel que $AB = 2AD$. Placer le milieu E de [AB].
 2. Démontrer que les triangles DEC et EBC sont semblables.

35 On utilise le parallélogramme ABCD ci-dessous.



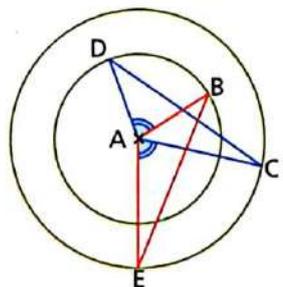
1. a) Expliquer pourquoi les angles \widehat{ABF} et \widehat{ADE} sont égaux.
 b) Reproduire à main levée cette figure et la coder en utilisant le résultat du a).
 2. **Raisonner** Démontrer que les triangles ADE et FBC sont semblables et superposables.

36 Le triangle EFG est obtenu par une homothétie du triangle DAB de centre O.

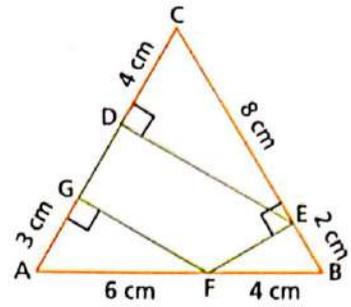


1. **Chercher** Quel est le rapport de cette homothétie sachant que [AD] est transformé en [FG] ?
 2. Pourquoi les triangles ABD et FGE sont-ils semblables ?
 3. Écrire trois égalités de quotients de longueurs entre les côtés de ces triangles et en déduire EF.
 4. Calculer BD et en déduire EG (au millimètre près).

37 Démontrer que les triangles ADC et AEB sont superposables. On donne $\widehat{DAB} = 75^\circ$.



38 Le triangle ABC est équilatéral.

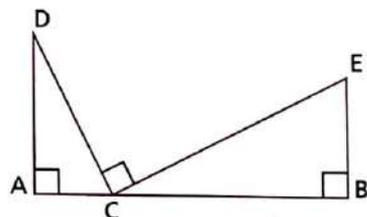


1. a) Pourquoi les triangles CDE et BEF sont-ils semblables ?
 b) Déterminer le coefficient de réduction entre ces triangles.
 2. a) Pourquoi les triangles AGF et BEF sont-ils semblables ?
 b) Déterminer le rapport de réduction entre ces triangles.
 3. a) Pourquoi les triangles CDE et AGF sont-ils semblables ?
 b) Déterminer le rapport de réduction entre ces triangles.

CORRIGÉ

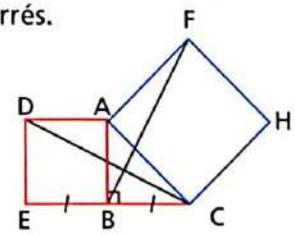
39 Je m'exerce pour le DNB

1. Reproduire une figure comme celle ci-dessous où C est un point quelconque du segment [AB] (A et B exceptés).

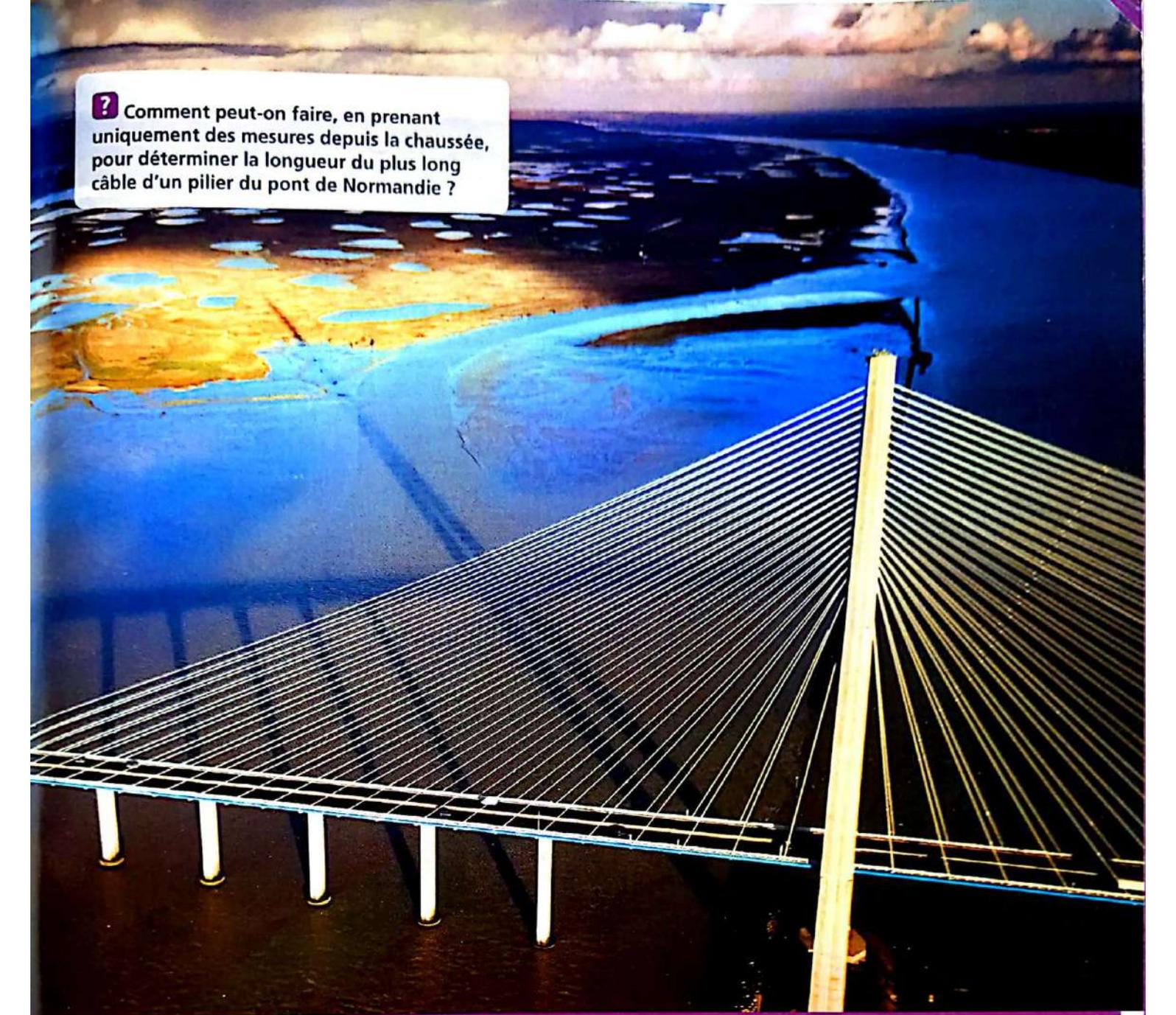


2. Démontrer que $\widehat{ACD} = \widehat{BEC}$.
 3. En déduire que les triangles ACD et BCE sont semblables.
 4. On donne $AC = 2$ cm, $AD = 4$ cm et $AB = 8$ cm.
 a) Calculer CD au millimètre près.
 b) Calculer BC et BE au millimètre près.
 c) Calculer CE de deux façons différentes au millimètre près.

40 Sur la figure ci-dessous, ADEB et AFHC sont deux carrés.



Raisonner Démontrer que les triangles ADC et ABF sont superposables.



? Comment peut-on faire, en prenant uniquement des mesures depuis la chaussée, pour déterminer la longueur du plus long câble d'un pilier du pont de Normandie ?

SÉQUENCE

Trigonométrie dans un triangle rectangle

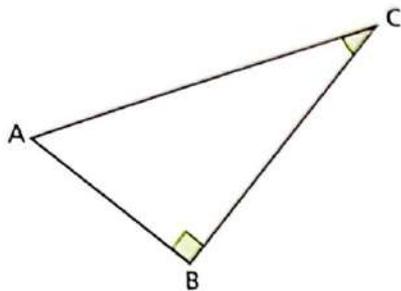
NOTIONS

- 43** Découvrir les rapports trigonométriques 194
- 44** Calculer une longueur 196
- 45** Calculer un angle 198
- 46** Résoudre des problèmes 200

Exercices d'application

CORRIGÉ

1 On considère le triangle suivant.



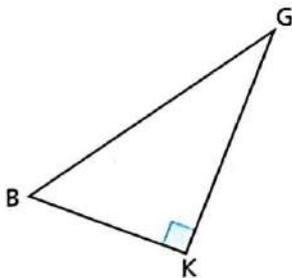
Associer chaque nombre de la colonne de gauche à une fraction :

- | | | |
|----------------------|---|-----------------|
| $\cos \widehat{ACB}$ | • | $\frac{AB}{BC}$ |
| $\sin \widehat{ACB}$ | • | $\frac{AB}{AC}$ |
| $\tan \widehat{ACB}$ | • | $\frac{CB}{CA}$ |

2 Avec une calculatrice, compléter le tableau suivant en arrondissant les valeurs au millième.

Angle	20°	45°	70°
Sinus de l'angle	0,342		
Cosinus de l'angle			
Tangente de l'angle			

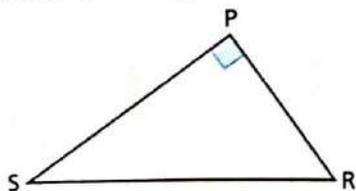
3 On considère le triangle rectangle suivant.



Recopier et compléter les égalités suivantes.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $\cos \widehat{KBG} = \dots$ | b) $\tan \widehat{BGK} = \dots$ |
| c) $\sin \widehat{KBG} = \dots$ | d) $\cos \widehat{BGK} = \dots$ |

4 On considère la figure suivante.

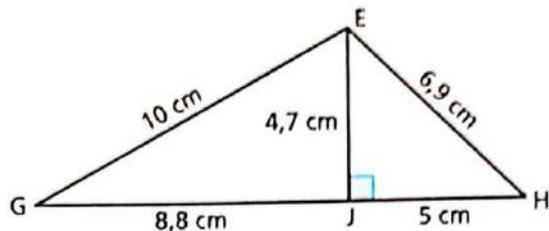


Recopier et compléter les égalités suivantes.

- | | | |
|---------------------------------|------------------------------------|--|
| a) $\cos \widehat{PRS} = \dots$ | b) $\tan \dots = \frac{PR}{\dots}$ | c) $\dots \widehat{PRS} = \frac{PS}{RS}$ |
|---------------------------------|------------------------------------|--|

Exercices d'entraînement

5 On considère un triangle EGH où (EJ) est une hauteur de ce triangle (les longueurs sont approchées).

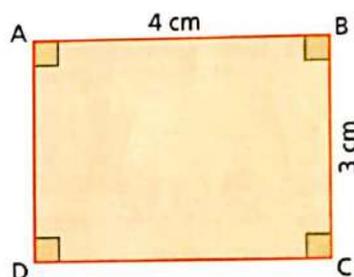


1. Recopier et compléter les égalités par des fractions.

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $\sin \widehat{GEJ} = \dots$ | b) $\cos \widehat{JHE} = \dots$ |
| c) $\tan \widehat{GEJ} = \dots$ | d) $\tan \widehat{JEH} = \dots$ |

2. Est-il possible d'exprimer $\cos \widehat{GEH}$? Pourquoi ?
 3. Est-il possible d'exprimer $\tan \widehat{GJE}$? Pourquoi ?

6 On considère le rectangle suivant.

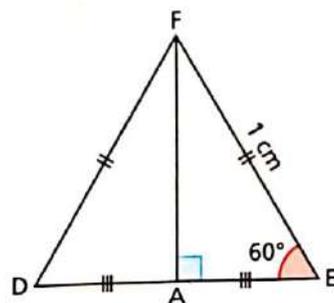


1. Montrer que $AC = BD = 5$ cm.
 2. Donner la valeur exacte de :
 a) $\cos \widehat{CAB}$;
 b) $\tan \widehat{DCA}$;
 c) $\sin \widehat{CBD}$.

7 Dans un triangle RST rectangle en R, est-il vrai que $\sin \widehat{RTS} = \cos \widehat{RST}$? Justifier.

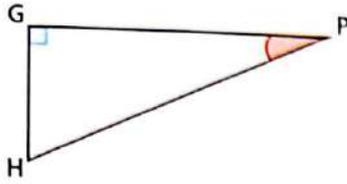
8 **DÉFI!**

Comment trouver la valeur exacte de $\cos 60^\circ$ et $\sin 60^\circ$ en utilisant cette figure ?



Exercices d'application

9 On considère le triangle GHP rectangle en G.



1. Connaissant les mesures de \widehat{GPH} et de $[GP]$, indiquer la formule trigonométrique à utiliser pour calculer GH. Expliquer.
2. Connaissant les mesures de \widehat{GPH} et de $[GP]$, indiquer la formule trigonométrique à utiliser pour calculer PH. Expliquer.

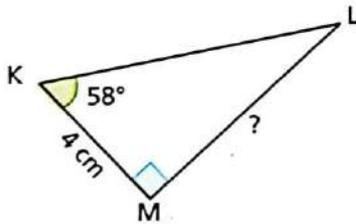
CORRIGÉ

10 À l'aide d'une calculatrice, trouver la valeur manquante (au dixième près).

- | | |
|--------------------------------------|---------------------------------------|
| a) $\sin 55^\circ = \frac{\dots}{8}$ | b) $\cos 67^\circ = \frac{\dots}{10}$ |
| c) $\cos 30^\circ = \frac{6}{\dots}$ | d) $\tan 80^\circ = \frac{5}{\dots}$ |

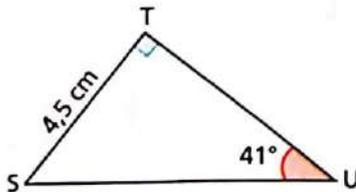
Exercices d'entraînement

11 On considère le triangle KLM, rectangle en M.



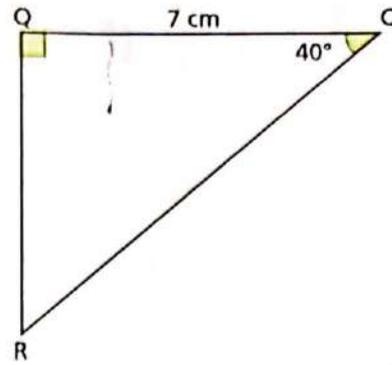
1. Quelle formule trigonométrique permet de déterminer la mesure LM ?
2. Écrire la formule trigonométrique en fonction de KM, LM et \widehat{MKL} .
3. En déduire la valeur de LM au dixième près.

12 Le triangle STU est rectangle en T. On sait que $TS = 4,5$ cm et $\widehat{SUT} = 41^\circ$.



1. Quelle formule trigonométrique faut-il utiliser pour calculer la longueur de l'hypoténuse $[SU]$?
2. Calculer SU (on donnera une valeur approchée au centième).

13 On considère le triangle CQR suivant.

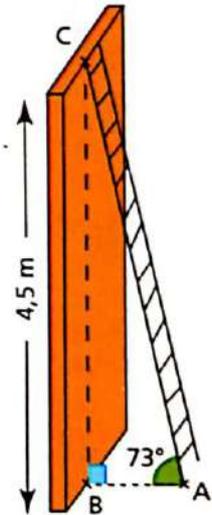
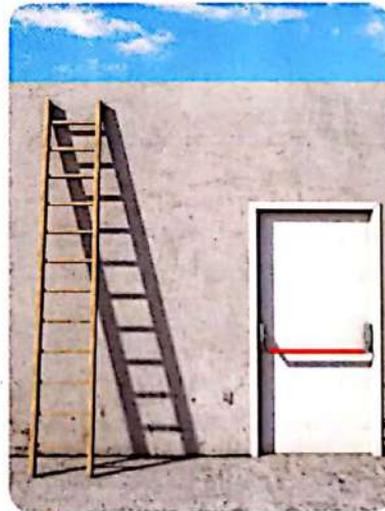


1. Construire ce triangle en vraie grandeur.
2. Calculer CR au millimètre près.
3. Vérifier sur la figure la cohérence du résultat.

14 Soit un triangle AHT tel que $HT = 10$ cm, $\widehat{AHT} = 35^\circ$ et $\widehat{ATH} = 55^\circ$.

1. Faire une figure à main levée.
2. Montrer que le triangle AHT est rectangle.
3. Calculer la longueur de $[AT]$ au millimètre près.
4. Calculer la longueur de $[AH]$ au millimètre près de deux manières différentes.

15 L'échelle d'un maçon est posée sur un mur de 4,5 m de haut. L'angle entre le sol et l'échelle est de 73° comme le montre le schéma.



Calculer la longueur de l'échelle au centimètre près.

16 DÉFI!

Un rectangle ABCD a une diagonale de 9 cm. On sait que l'angle \widehat{ACD} mesure 30° . Calculer (au millimètre près) la longueur et la largeur de ce rectangle.

Exercices d'application

CORRIGÉ

17 Utiliser une calculatrice afin de trouver la valeur approchée au degré près de l'angle \widehat{ABC} dans chacun des cas suivants.

a) $\cos \widehat{ABC} = \frac{8}{15}$

b) $\sin \widehat{ABC} = \frac{2}{3}$

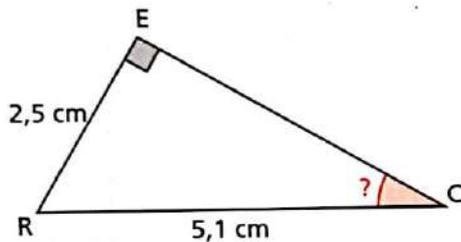
c) $\tan \widehat{ABC} = \frac{5}{4}$

d) $\sin \widehat{ABC} = 0,5$

18 Recopier et compléter ce tableau.

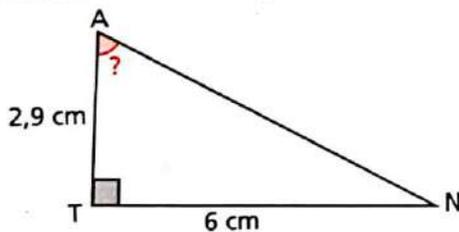
Angle (arrondi à l'unité)	Sinus (arrondi au millième)	Cosinus (arrondi au millième)	Tangente (arrondi au millième)
35°			
	0,7		
		0,25	
			1

19 On considère le triangle REC, rectangle en E :



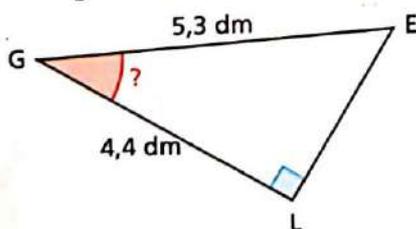
Calculer la mesure de l'angle \widehat{RCE} arrondie à l'unité.

20 On considère le triangle TAN, rectangle en T.



Calculer la mesure de l'angle \widehat{TAN} arrondie au dixième près.

21 Le triangle GLE est rectangle en L.



Calculer la mesure de l'angle \widehat{EGL} arrondie au dixième près.

Exercices d'entraînement

22 Top chrono

Afin de trouver la mesure d'un angle dans un triangle rectangle, Victor obtient l'égalité suivante.

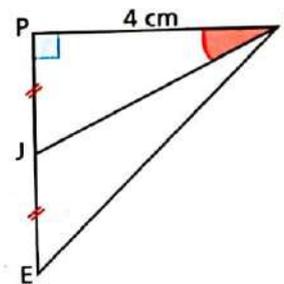
$$\sin \widehat{ABC} = \frac{7}{3}$$

Il a manifestement fait une erreur. Expliquer pourquoi.

23 EFG est un triangle rectangle en F tel que EF = 8 cm et FG = 6 cm.

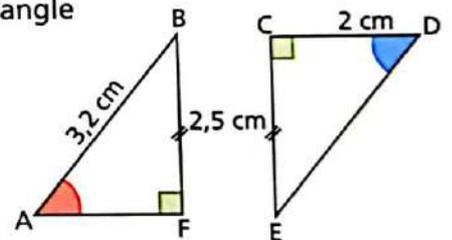
1. Construire le triangle EFG en vraie grandeur.
2. Calculer la mesure de l'angle \widehat{EFG} arrondie au degré près.
3. Vérifier la cohérence du résultat précédent en mesurant l'angle sur la figure.

24 Le triangle EPI est isocèle et rectangle.



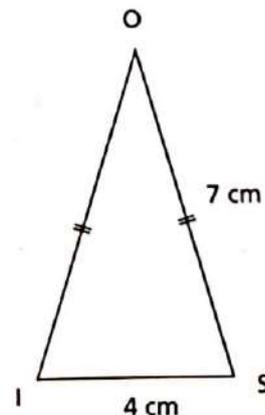
Calculer la mesure de l'angle \widehat{JIP}

25 Quel est l'angle le plus grand :
le bleu ou
le rouge ?



26 DÉFI!

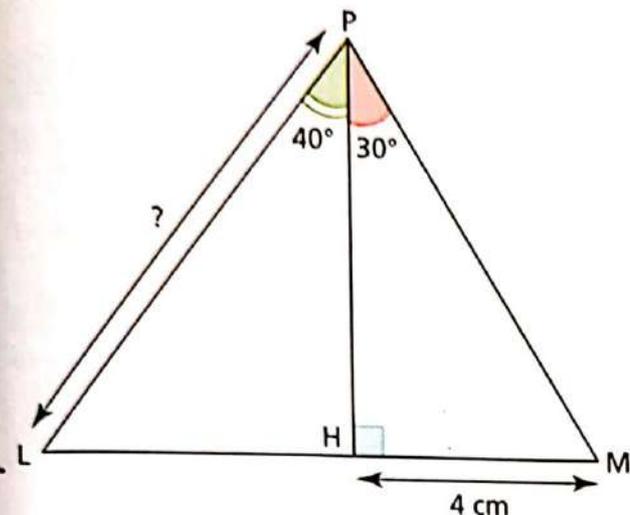
ISO est un triangle isocèle en O.
Calculer la mesure des angles de ce triangle.



Exercices d'application

CORRIGÉ

27 On considère la figure suivante.



En utilisant les données de la figure, **recopier et compléter** la solution suivante afin de calculer la longueur LP au millimètre près.

• **Calcul de PH**

Dans le triangle MHP rectangle en ... :

$$\tan \widehat{MPH} = \frac{\dots}{\dots}$$

en remplaçant par les valeurs connues :

$$\tan \dots = \frac{\dots}{\dots} \text{ puis } PH = \frac{\dots}{\tan \dots}$$

donc $PH \approx \dots$ cm (au mm près).

• **Calcul de LP**

Dans le triangle ... rectangle en ... :

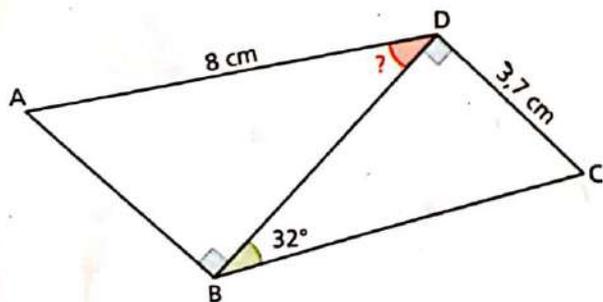
$$\dots \widehat{LPH} = \frac{\dots}{\dots}$$

en remplaçant par les valeurs connues :

$$\dots \dots = \frac{\dots}{\dots} \text{ puis } LP = \frac{\dots}{\dots}$$

donc $LP \approx \dots$ cm (au mm près).

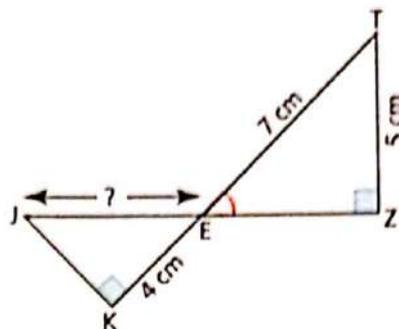
28 On considère la figure suivante.



Calculer la mesure de l'angle \widehat{ADB} au degré près.

Exercices d'entraînement

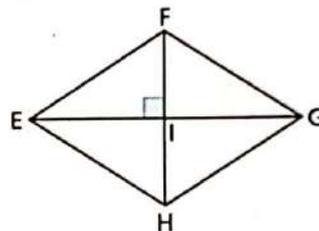
29 On considère la figure suivante.



Les droites (TK) et (JZ) se coupent en E.

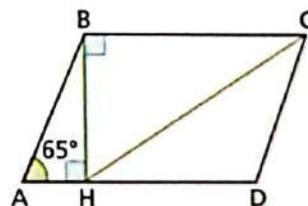
- Calculer la mesure de l'angle \widehat{TEZ} (arrondir au dixième).
- En déduire la mesure de l'angle \widehat{JEK} .
- Calculer la longueur JE au millimètre près.

30 Un losange EFGH a des diagonales de 5 cm et 3 cm.



Calculer la mesure des angles de ce losange (arrondir au degré) en justifiant.

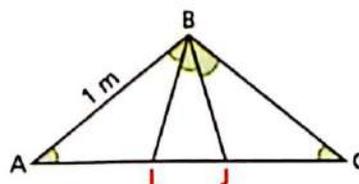
31 ABCD est un parallélogramme. $AB = 63$ mm ; $AD = 95$ mm et $\widehat{BAD} = 65^\circ$. (BH) est une hauteur du parallélogramme ABCD.



- a) Calculer BH au mm près.
b) En déduire l'aire de ABCD au mm^2 près.
- Calculer CH.

32 DÉFI!

Sur la figure, tous les angles verts mesurent 36° .



Calculer la longueur IJ.

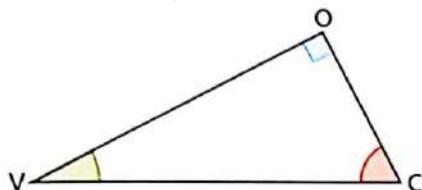
Exercices sur les notions 43 à 46

Vocabulaire

33 J'utilise un vocabulaire précis.



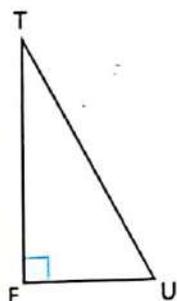
34 En utilisant la figure suivante, recopier et compléter chaque phrase.



- [VO] est ... de l'angle \widehat{OVC} mais c'est aussi le ... de l'angle \widehat{OCV} .
- [VC] est ... du triangle rectangle. C'est le plus ... du triangle.
- [OC] est ... de l'angle \widehat{OVC} mais c'est aussi le ... de l'angle \widehat{OCV} .

Rapports trigonométriques

35 Compléter les formules trigonométriques suivantes dans ce triangle TFU rectangle en F.



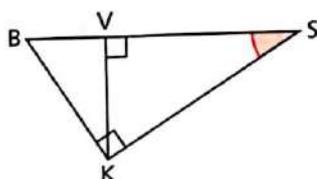
$$\cos \widehat{FTU} = \dots$$

$$\sin \widehat{FTU} = \dots$$

$$\tan \widehat{FTU} = \dots$$

36 Un triangle RTP est rectangle en T. Donner l'expression du sinus, du cosinus et de la tangente de l'angle \widehat{TRP} en fonction de ses côtés.

37 Exprimer de deux manières différentes la tangente de l'angle \widehat{S} en utilisant les points de la figure.



Calculer une longueur

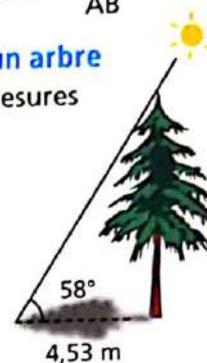
38 Pour chaque égalité, écrire le calcul permettant d'obtenir AB puis utiliser la calculatrice afin d'en donner une valeur approchée au dixième.

a) $\sin 45^\circ = \frac{AB}{10}$ b) $\tan 65^\circ = \frac{AB}{7}$

c) $\cos 28^\circ = \frac{6}{AB}$ d) $\sin 10^\circ = \frac{12}{AB}$

39 Mesurer la hauteur d'un arbre

À l'aide de son ombre et des mesures au sol, calculer la hauteur de cet arbre qu'un bûcheron doit tronçonner.



40 PQR est un triangle rectangle en R tel que $PQ = 7$ cm et $\widehat{QPR} = 38^\circ$.

1. Construire le triangle PQR.
2. On note (d) la droite qui partage l'angle \widehat{QPR} en deux angles égaux. Elle coupe [QR] en J. Tracer la droite (d) et le point J.
3. Le point J est-il le milieu de [QR] ? Justifier.

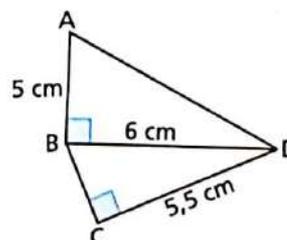
Calculer un angle

41 Utiliser une calculatrice afin d'obtenir une valeur approchée de \widehat{ABC} au dixième près.

a) $\tan \widehat{ABC} = \frac{7}{3}$ b) $\cos \widehat{ABC} = \frac{6}{12}$

c) $\tan \widehat{ABC} = \frac{9}{10}$ d) $\sin \widehat{ABC} = 0,9$

42 En utilisant les données de la figure, calculer la mesure de l'angle \widehat{ADC} (au degré près).



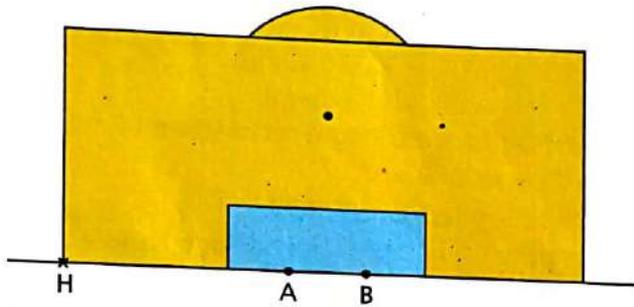
43 Un angle de tir

Le 14 novembre 2012, face à l'équipe d'Angleterre, le suédois Zlatan Ibrahimovic a marqué un magnifique but dit en « retourné acrobatique ».



D'après le plan, il se situait au point Z. La cage de but de 7,3 m de long est représentée par [AB]. ZHB est un triangle rectangle en H où ZH = 24 m et HA = 16,5 m.

Z
x

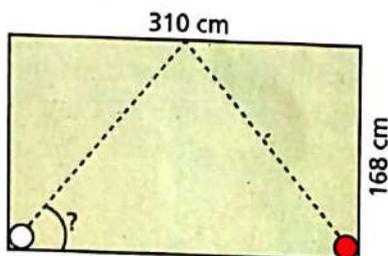


1. Calculer l'angle \widehat{HZA} puis l'angle \widehat{HZB} .
2. Donner la mesure de l'angle de tir \widehat{AZB} .

Problèmes

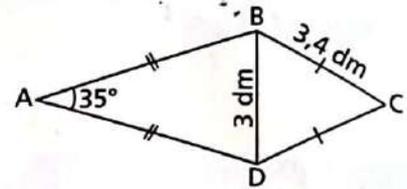
44 Un billard

Modéliser Sur ce billard, Nathalie souhaite taper la boule blanche, afin qu'elle touche la boule rouge.



1. Calculer l'angle au degré près dessiné sur le schéma.
2. Quelle distance aura parcouru la boule blanche ?

45 Un cerf-volant



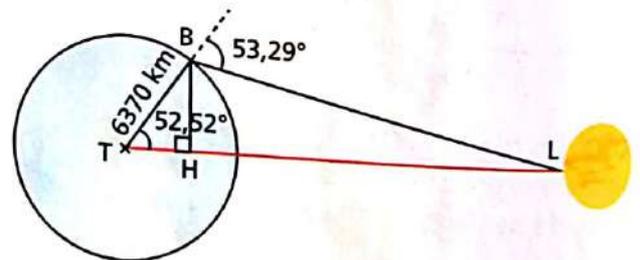
Chercher Calculer la longueur AC.

46 Mathématiques et astronomie

En 1751, François de Lalande et Louis de Caille imaginent de calculer la distance entre la Terre et la Lune. La méthode est simple : ils mesurent l'angle sous lequel ils voient la Lune quand elle est au zénith depuis un point d'observation. Puis, ils répètent cette mesure dans un site très éloigné du premier, utilisant la trigonométrie et par un calcul moyen ils obtiennent une mesure proche de la distance réelle (définie précisément par les vols lors des missions Apollo sur la Lune).



Voici la manière d'obtenir cette distance : un observateur se trouve à Berlin (B) en soirée. Lorsque la Lune se trouve sur le même plan que Berlin, le centre de la Terre (T) et le méridien du pôle Nord, il mesure l'inclinaison de la Lune par rapport à la verticale. Il obtient $53,29^\circ$. Le rayon de la Terre est de 6 370 km et la latitude de Berlin est $52,52^\circ$.

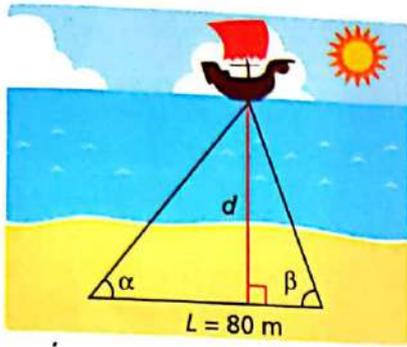


Attention : ce schéma n'est pas à l'échelle : la Lune est en réalité beaucoup plus loin de la Terre.

1. Montrer que $\widehat{TBH} = 37,48^\circ$ et $\widehat{HBL} = 89,23^\circ$.
2. Dans le triangle rectangle TBH :
 - a) Calculer BH (au km près).
 - b) Calculer TH (au km près).
3. Calculer LH (au km près).
4. En déduire la distance TL.

47 DNB (D'après *Asie*, 2015)

Un bateau se trouve à une distance d de la plage.



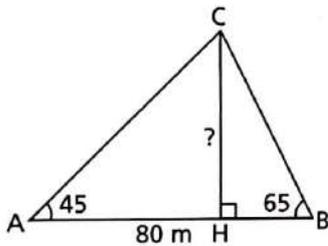
Supposons dans tout le problème que $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 65^\circ$ et $L = 80$ m.

1. Conjecturons la distance d à l'aide d'une construction mise au point par Thalès (600 av. J.-C.). La méthode dite de triangulation propose une solution pour estimer la distance d .

a) Faire un schéma à l'échelle $\frac{1}{1000}$ (1 cm pour 10 m).

b) Conjecturer en mesurant sur le schéma la distance d séparant le bateau de la côte.

2. Déterminons la distance d par le calcul.



a) Expliquer pourquoi la mesure de l'angle \widehat{ACB} est de 70° .

b) Dans tout triangle ABC, on a la relation suivante appelée « loi des sinus » :

$$\frac{BC}{\sin \widehat{A}} = \frac{AC}{\sin \widehat{B}} = \frac{AB}{\sin \widehat{C}}$$

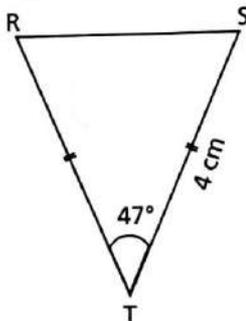
En utilisant cette formule, calculer la longueur BC. Arrondir au cm près.

c) En déduire la longueur CH arrondie au cm près.

48 **Prise d'initiative**

RST est un triangle isocèle

Calculer au mm² près son aire.

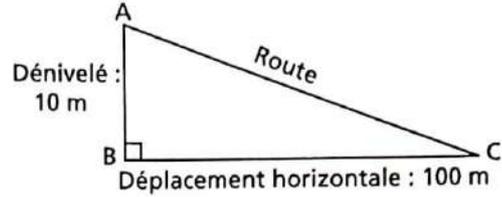


49 DNB (D'après *Métropole*, 2015)

Raisonner Ce panneau routier indique une descente dont la pente est de 10 %. Cela signifie que pour un déplacement horizontal de 100 m, le dénivelé est de 10 m.



Le schéma ci-dessous n'est pas à l'échelle.



1. Déterminer la mesure de l'angle \widehat{BCA} que fait la route avec l'horizontale. Arrondir la réponse au degré.

2. Dans certains pays, il arrive parfois que la pente d'une route ne soit pas donnée par un pourcentage, mais par une indication telle que « 1:5 », ce qui veut alors dire que pour un déplacement horizontal de 5 m, le dénivelé est de 1 m.

Lequel des deux panneaux ci-contre indique la pente la plus forte ?



Panneau A



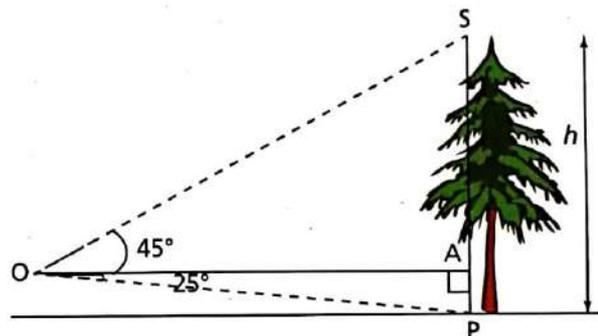
Panneau B

CORRIGÉ

50 **Je m'exerce pour le DNB**

(D'après *Centre étranger*, 2015)

Des ingénieurs de l'Office national des forêts font le marquage d'un lot de pins destinés à la vente. Ils estiment la hauteur des arbres de ce lot, en plaçant leur œil au point O.



Ils ont relevé les données suivantes : $OA = 15$ m $\widehat{SOA} = 45^\circ$ et $\widehat{AOP} = 25^\circ$.

Calculer la hauteur h de l'arbre arrondie au mètre.

(indication : « arrondie au mètre » veut dire « le résultat doit être approché au mètre le plus proche »).



L'Atomium de Bruxelles est constitué de neuf sphères (une sphère à chacun des huit sommets et une au centre). Les sphères, de 18 m de diamètre, sont reliées par des tubes de 3 m de diamètre où circulent les visiteurs.

? Quelles symboliques sont liées à l'Atomium ?
 Quel est le volume de l'une des sphères ?

SEQUENCE

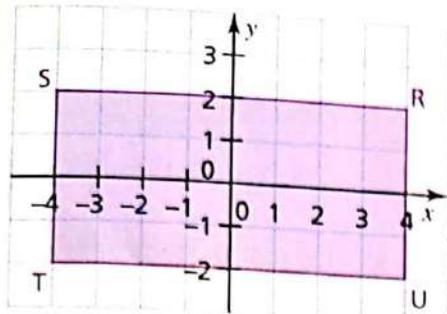
Géométrie dans l'espace

NOTIONS

47 Se repérer dans l'espace	210
48 Reconnaître une sphère et calculer son aire et son volume	212
49 Reconnaître des sections planes de pyramides, cônes et sphères	214
50 Effectuer des agrandissements ou des réductions dans l'espace	216

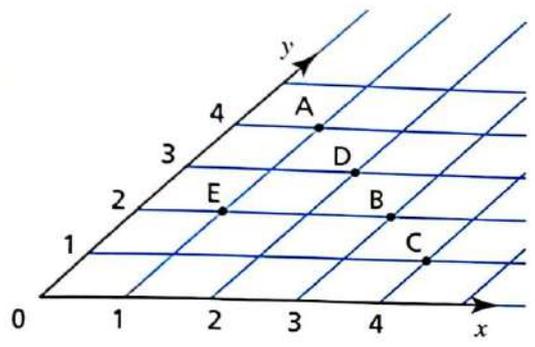
Exercices d'application

1 Dans un repère du plan on a placé les points R, S, T et U.



Pour chacun des points, indiquer ses coordonnées.

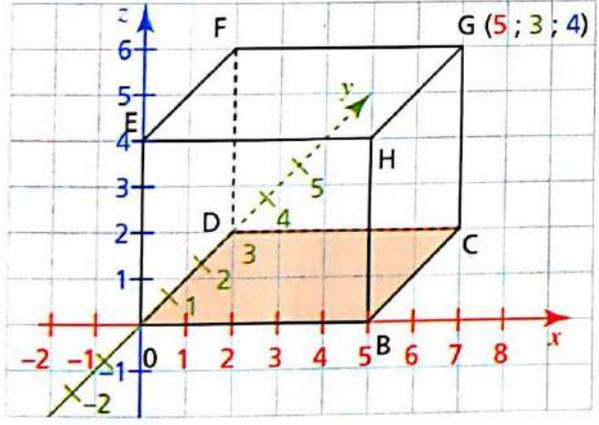
2 On a représenté, en perspective cavalière, un carrelage formé de dalles carrées.



En utilisant le repère, indiquer les coordonnées de chacun des points sous la forme (abscisse x ; ordonnée y). Par exemple A (1 ; 4).

CORRIGÉ

3 Avec un logiciel de géométrie, on a représenté un parallélépipède rectangle.



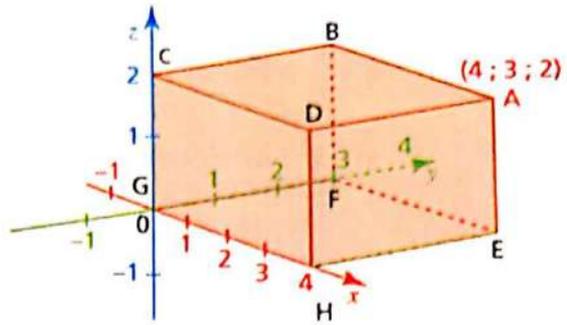
Sachant que le point G a pour coordonnées (5 ; 3 ; 4), donner les coordonnées des points B ; C ; D ; E ; F et H.

4 Sur la figure précédente, donner les coordonnées de :

- M milieu de [GH] ;
- N milieu de [FG] ;
- P centre du carré BCGH.

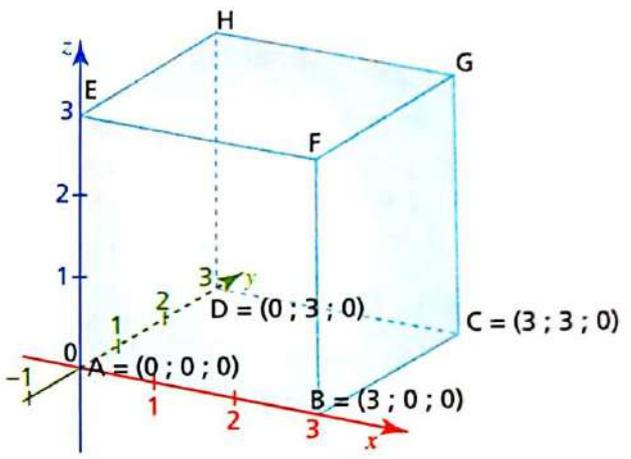
Exercices d'entraînement

5 On considère un parallélépipède rectangle de dimensions 4 cm, 3 cm et 2 cm.



Donner les coordonnées des sommets B, C, D, E, F, G et H du parallélépipède rectangle.

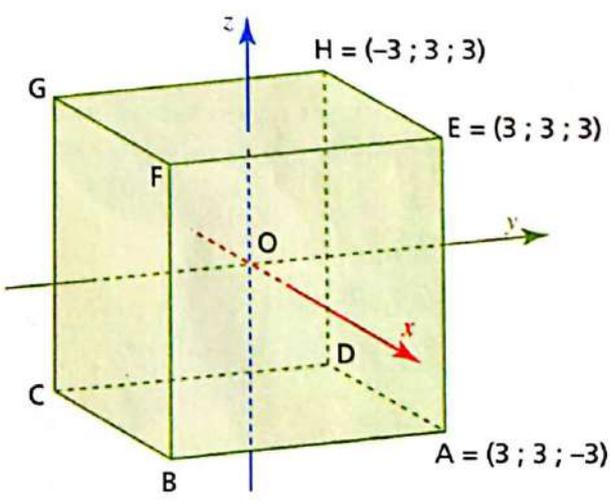
6 On considère le cube ABCDEFGH ci-dessous représenté à l'aide d'un logiciel de géométrie.



Donner les coordonnées des sommets G ; E ; F et H et celles de I centre du cube.

7 DÉFI!

Un cube a été représenté à l'aide d'un logiciel de géométrie. L'origine du repère est au centre du cube, comme indiqué sur la figure.



Retrouver les coordonnées des autres sommets de ce cube.

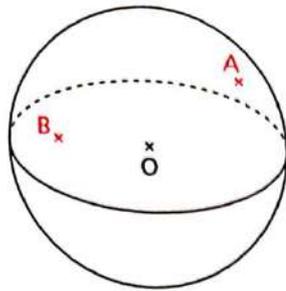
Exercices d'application

8 Tracer une sphère avec un centre O comme ci-contre. Placer deux points A et B de cette sphère.

Soient A' et B' les points diamétralement opposés à A et à B .

Que représente O pour le segment $[AA']$?

Placer les points A' et B' .

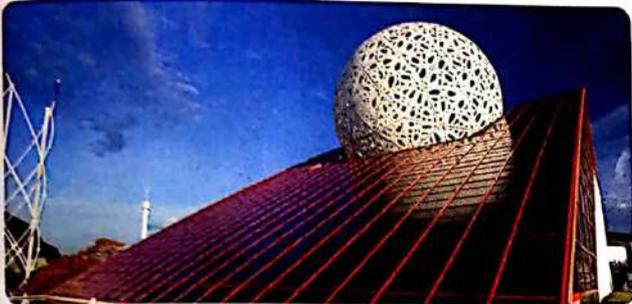


Point info

Une représentation en perspective conserve les milieux.

CORRIGÉ

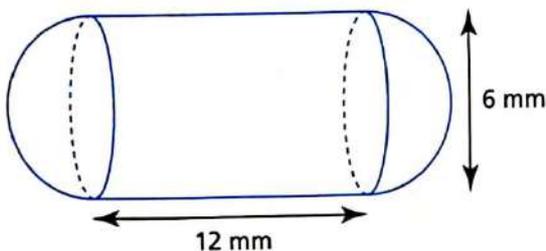
9 Le pavillon du Futuroscope a la forme d'un prisme de verre surmonté d'une coupole blanche en polyester armé, de forme sphérique de 17,20 m de diamètre.



En mai 2006, la sphère a été entièrement repeinte de deux couches de peinture et d'une couche extérieure plastifiante représentant une masse totale d'environ 800 kg de produits.

Calculer la masse moyenne de produit par mètre carré de la coupole (arrondir au gramme).

10 On peut considérer qu'une gélule est constituée de l'assemblage d'un cylindre de 12 mm de hauteur et de 6 mm de diamètre et de deux demi-sphères.



1. On rappelle que $1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3$. Calculer le volume de cette gélule (arrondir au dixième de mL).

2. Le médicament contenu à l'intérieur occupe environ un tiers du volume.

Calculer le volume de médicament contenu dans cette gélule.

Exercices d'entraînement

11 La Géode est une salle de cinéma de la Cité des sciences et de l'industrie à Paris. Sa forme est celle d'une sphère miroitante en acier inoxydable poli de 36 m de diamètre.



1. a) Quel est son volume intérieur ?
b) Combien de fois est contenu le volume d'une salle de classe de forme parallélépipédique de 7 m de large, 8 m de long et 3,2 m de haut dans le volume de la Géode ?

2. Sur un dépliant publicitaire, on peut lire :

L'écran hémisphérique de 1 000 m², parmi les plus grands du monde, a 26 m de diamètre.

a) Que peut-on penser de l'affirmation précédente ?
b) Benjamin prétend que l'écran est grand comme quatre terrains de tennis. Sachant qu'un court de tennis est un espace rectangulaire de 23,77 m de long sur 8,23 m de large, a-t-il raison ?

12 Notre planète peut être considérée comme une sphère. La longueur d'un de ses grands cercles est d'environ 40 000 km.

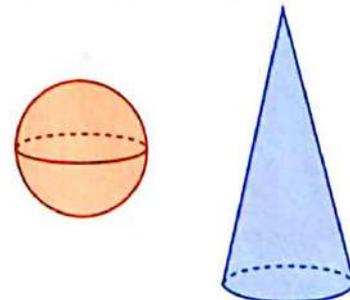
1. Calculer la longueur du rayon terrestre (arrondir au km).

2. a) Calculer l'aire de la surface terrestre (arrondir au millier de km²).

b) En admettant que les terres émergées représentent 29,3 % de la surface totale, calculer l'aire totale des terres émergées (arrondir au million de km² puis donner l'écriture scientifique de ce nombre).

13 DÉFI!

Une boule a pour rayon r et un cône de révolution a pour rayon r et pour hauteur $4r$.

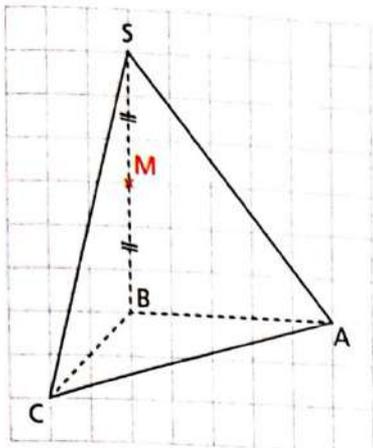


Comparer les volumes de ces deux solides.

Exercices d'application

CORRIGÉ

14 Dans la pyramide ci-dessous la base ABC est un triangle rectangle en B.

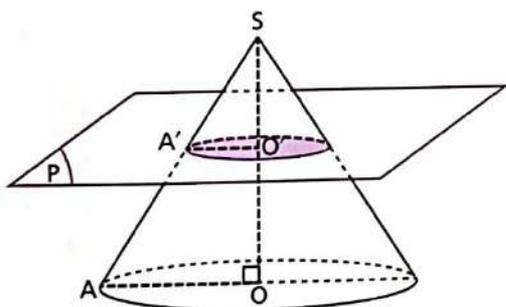


1. Reproduire sur un quadrillage cette pyramide en perspective cavalière et placer le point M milieu de l'arête [BS].
2. a) Dessiner en rouge sur cette figure en perspective la section de cette pyramide par le plan passant par M et parallèle à la base ABC.
b) Indiquer la nature précise de cette section.
c) Déterminer le rapport de réduction qui permet de passer de la grande pyramide à la petite.

15 Le cône ci-dessous a pour hauteur [OS]

et O' est un point de [OS] tel que $\frac{SO'}{SO} = \frac{2}{5}$.

On coupe le cône par le plan parallèle à sa base qui passe par O' .



1. Déterminer la nature de la section du plan avec le cône.
2. On donne $OS = 10$ cm et $OA = 6$ cm.
a) Dessiner en vraie grandeur le triangle AOS puis placer les points O' et S' et tracer $A'O'S'$.
b) Déterminer le rayon du cercle de centre O' passant par A' . Vérifier sur la figure.

16 On coupe une sphère en deux parties par un plan qui passe par son centre. Comment s'appelle chacune de ces parties ?



Exercices d'entraînement

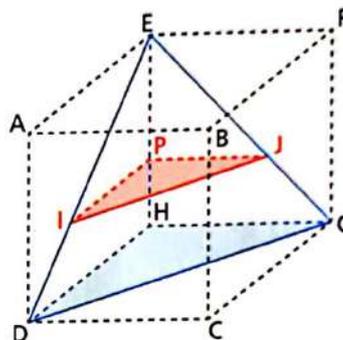
17 Isabelle a une pyramide en bois à base carrée de 12 cm de côté et d'une hauteur de 14 cm. Elle décide de couper cette pyramide par un plan parallèle à la base pour obtenir une nouvelle pyramide dont la base ne mesurera plus que 3 cm de côté.

À quelle distance du sommet doit-elle effectuer sa coupe ?

18 La Terre est assimilée à une sphère. On la coupe par un plan qui passe par son centre.

- a) Quelle est la nature de sa section ?
- b) Quel nom porte cette ligne terrestre ?

19 Dans le cube représenté ci-dessous, on a extrait la pyramide DGHE.



1. On place un point P sur [EH] et on coupe la pyramide DGHE par un plan parallèle à sa base DGH.

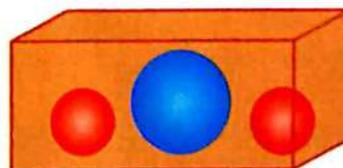
La section obtenue est représentée en rouge sur le dessin. Quelle est sa nature précise ?

2. Si $EH = 12$ cm et $EP = 7,8$ cm, quel est le rapport de réduction qui permet de passer de la grande pyramide à la petite ?

20 DÉFI!

Trois balles sont disposées dans un récipient qui est posé sur une table horizontale. Les deux balles rouges ont un rayon de 2 cm et la balle bleue a un rayon de 3 cm. Les balles restent au fond du récipient quand on remplit celui-ci d'eau.

On verse de l'eau dans le bac et on observe la section entre la surface de l'eau et les balles.



Quelle hauteur d'eau doit-on verser pour obtenir trois cercles ? Deux points et un cercle ? Trois points ? Un seul cercle ?

Exercices d'application

21 CORRIGÉ

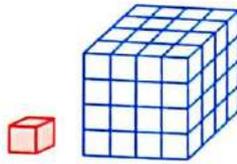
Un aquarium de 36 L a la forme d'un parallélépipède rectangle. On construit un nouvel aquarium en quadruplant les dimensions du premier. Calculer le nouveau volume.

22 Une face du cube rouge a pour aire 25 cm² et le volume de ce cube est 125 cm³.

1. Calculer le coefficient d'agrandissement qui permet de passer du petit cube au grand cube.

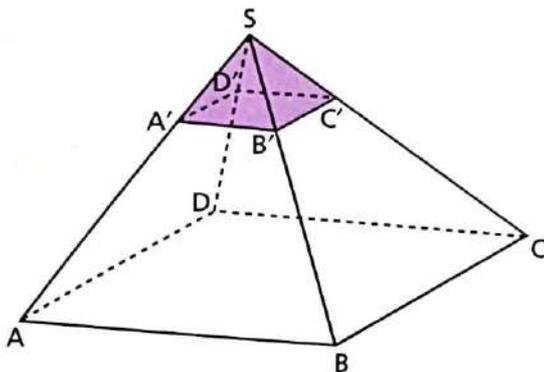
2. Calculer l'aire d'une face du grand cube bleu.

3. Calculer le volume du grand cube bleu.



23 Dans la figure ci-dessous, la petite pyramide est une réduction de la grande pyramide.

Le rapport de réduction est $\frac{1}{5}$.



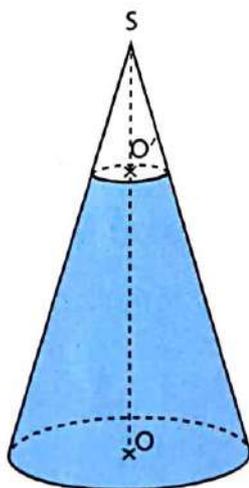
La grande pyramide a un volume de 750 cm³ et l'aire de sa base est de 125 cm².

Calculer l'aire de base a puis le volume v de la petite pyramide.

24 On réalise la section d'un cône de hauteur $SO = 32$ cm par un plan parallèle à sa base qui passe par le point O' tel que $SO' = 8$ cm.

Le grand cône a pour volume $V = 3\,072$ cm³ et son disque de base a une aire de $A = 288$ cm².

Calculer l'aire a de la base du petit cône et son volume v .



Exercices d'entraînement

25 On construit la maquette d'un bateau corsaire à l'échelle $\frac{1}{72}$.



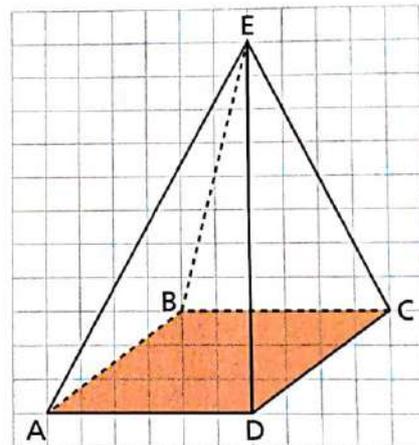
1. a) Quel est le coefficient d'agrandissement pour passer des dimensions de la maquette à celles du navire ?

b) La maquette mesure 55 cm de long. Combien mesure le navire dans la réalité ?

2. Pour confectionner les voiles de la maquette, on utilise 0,4 m² de tissu. Quelle était la surface de voiles réelle de ce navire ?

3. Un baril de poudre avait un volume de 90 L. A-t-on pu le représenter à l'échelle sur la maquette ? Justifier la réponse.

26 Sur un quadrillage reproduire la pyramide ci-dessous dont la base est un losange.



1. a) Placer le point R sur l'arête [EC] tel que $ER = \frac{3}{4}EC$, puis tracer la section de la pyramide

par le plan parallèle à sa base et passant par R. b) Quelle est la nature de la section obtenue et quelle est son aire si celle du losange ABCD est de 36 cm² ?

2. Le volume de la pyramide ABCDE est de 108 cm³, quel est celui de la pyramide obtenue avec la section précédente ?

27



1. Si on multiplie le rayon d'une boule par 2, que devient son volume ?

2. Par combien doit-on multiplier le rayon d'une boule pour multiplier son volume par 2 ?

Calcul mental

- 28 a)** Compléter la phrase.
Si dans un agrandissement les longueurs sont multipliées par 4, alors les aires sont multipliées par ... et les volumes sont multipliés par ...
- b)** Reprendre la phrase précédente :
- en remplaçant 4 par 100 ;
 - en remplaçant 4 par 7.

- 29** En prenant 3 pour valeur approchée de π , calculer :
- l'aire d'une sphère de rayon 10 cm ;
 - le volume d'une boule de rayon 10 cm.

Vocabulaire

- 30** J'utilise un vocabulaire précis.

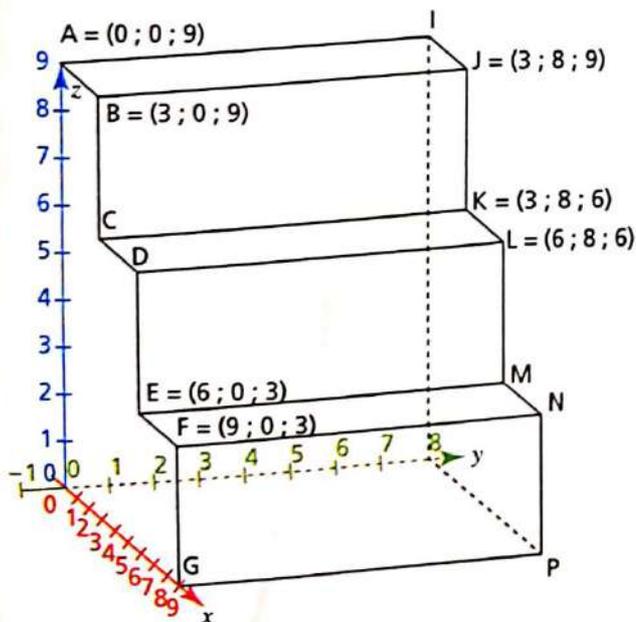


lienmini.fr/delta3-059

Exercice interactif

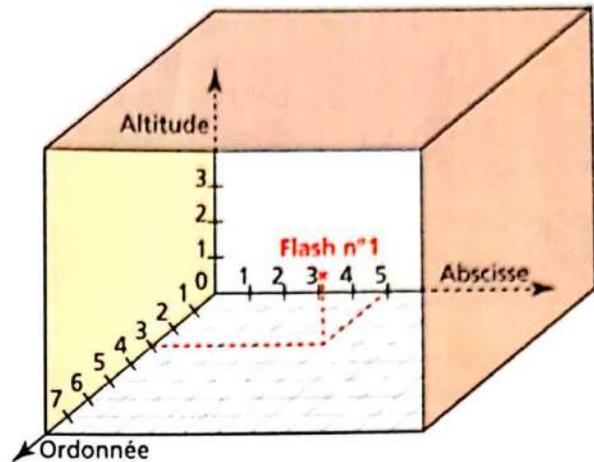
Se repérer dans l'espace

- 31** Un escalier à marches régulières a été représenté ci-dessous.



Les coordonnées de certains points sont affichées ; indiquer les coordonnées des points : I ; C ; D ; M ; N ; G et P.

- 32** Voici une représentation partielle d'un studio photo. Le flash n° 1 est à 5 m du mur jaune, à 3 m du mur blanc du fond et à 2 m de hauteur comme représenté sur la figure.



Les emplacements des flashes sont fréquemment changés mais doivent pouvoir être repositionnés avec précision. Le photographe décide de les repérer avec un système de coordonnées. Le flash n° 1 a pour coordonnées (5 ; 3 ; 2).

1. Recopier et compléter le tableau.

n° du flash	Coordonnées	Distance au mur jaune	Distance au mur blanc	Hauteur
2	(1 ; 2 ; 3)			
3	(4 ; 5 ; 3)			
4	(5 ; 7 ; 1)			

2. Découper ou tracer une figure analogue et y porter l'emplacement des autres flashes.

Sphère, boule : définition et volume

- 33** Un pamplemousse est assimilé à une boule de diamètre 10 cm. Une fois l'écorce enlevée, son diamètre est 8,5 cm. Quel pourcentage du volume total représente son écorce (arrondir à l'unité) ?



34 Un cylindre de 6 cm de rayon contient une certaine hauteur d'eau notée h (Figure 1).

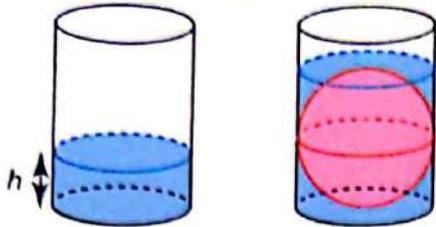


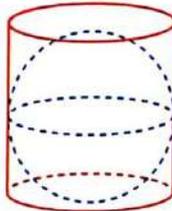
Figure 1

Figure 2

On plonge dans ce cylindre une boule de plomb de 6 cm de rayon. L'eau monte et sa surface atteint juste le haut de la balle (Figure 2). Quelle était la hauteur de l'eau avant que l'on ne plonge la balle ?

Section de pyramide, cône et sphère

35 Un cylindre contient une sphère comme indiqué sur le dessin ci-contre. On coupe le cylindre et la sphère par un plan parallèle à la base du cylindre.



Parmi les dessins ci-dessous quels sont ceux qui pourraient représenter la section obtenue ?



Agrandissement et réduction

36 Rayon ou diamètre ?

- Exprimer en fonction du rayon r :
 - le périmètre d'un cercle de rayon r ;
 - l'aire d'un disque de rayon r ;
 - l'aire d'une sphère de rayon r ;
 - le volume d'une boule de rayon r .
- Parfois il est plus pratique de mesurer le diamètre plutôt que le rayon. Exprimer en fonction du diamètre D :
 - le périmètre d'un cercle de diamètre D ;
 - l'aire d'un disque de diamètre D ;
 - l'aire d'une sphère de diamètre D ;
 - le volume d'une boule de diamètre D .

Coordonnées géographiques

La Terre est assimilée à une sphère. La droite qui passe par les pôles est l'axe de la Terre.

Un plan qui passe par l'axe coupe la Terre suivant un grand cercle qui détermine deux méridiens qui ont pour extrémités les pôles.

Un plan perpendiculaire à l'axe coupe la Terre suivant un cercle appelé parallèle.

L'équateur est le parallèle qui passe par le centre O de la Terre.

Les méridiens ont tous la même longueur.

Celui qui passe par Greenwich (Angleterre) a été choisi pour origine des longitudes.

La longitude du point M est l'angle \widehat{GOH} (en jaune).

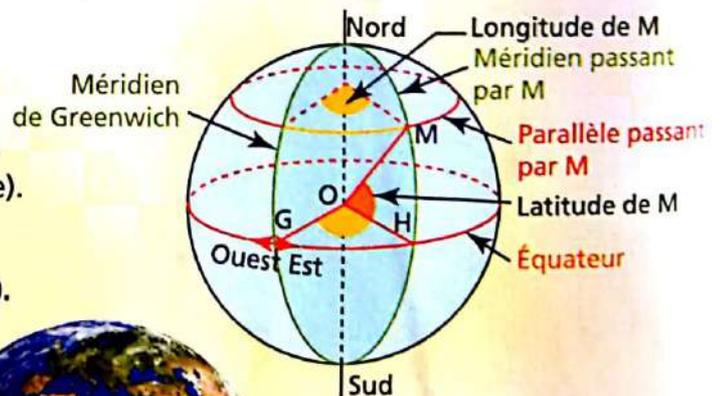
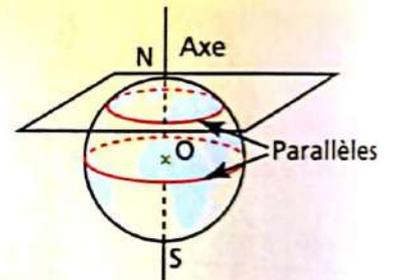
La latitude du point M est l'angle \widehat{HOM} (en orange).

Chaque point de la Terre peut être repéré par ses coordonnées géographiques (latitude ; longitude).

La longitude varie de 0° à 180° soit vers l'ouest, soit vers l'est.

La latitude varie de 0° à 90° soit nord soit sud.

Exemple Les coordonnées géographiques de Dakar sont approximativement (15°N ; 17°O).



37 On considère quatre villes dont on donne les coordonnées géographiques :

- Kiev (Ukraine/50,3° N ; 30,5° E) ;
- Durban (Afrique du Sud/30° S ; 30,5° E) ;
- Mons (France/50,3° N ; 3° E) ;
- Kamloop (Canada/50,3° N ; 120° O).

Parmi ces quatre villes, nommer :

- celles situées sur le même méridien ;
- celles situées sur le même parallèle.

38 1. Quelle est la latitude de l'équateur ? du pôle Nord ?

2. Voici les coordonnées géographiques de plusieurs villes du monde :

- Alexandrie (Égypte/31° N ; 30° E) ;
- Dakar (Sénégal/15° N ; 17° O) ;
- Quito (Équateur 0,1° S ; 78° O) ;
- Londres (Angleterre/51,3° N ; 0,1° O) ;
- Reykjavik (Islande/64° N ; 22° O) ;
- Narvik (Norvège/68,3° N ; 17,3° E).

Parmi ces villes, quelle est celle qui est :

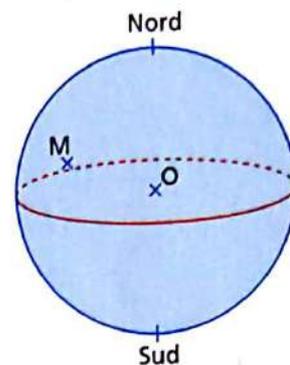
- la plus proche du pôle Nord ? Dans quel pays est-elle située ?

- la plus proche du pôle Nord ?
- la plus proche du pôle Sud ?
- la plus proche du méridien de Greenwich ?
- la plus éloignée du méridien de Greenwich ?

39 Dans un dictionnaire on peut lire

la définition suivante :
« Antipode : lieu de la Terre diamétralement opposé à un autre lieu. »

1. Tracer une figure du même type puis placer M' le point diamétralement opposé à M.



a) Quelles sont les coordonnées

géographiques de l'antipode du point de coordonnées (43° S ; 172° E) ?

b) En prenant 6 400 km pour le rayon terrestre, indiquer la distance mesurée sur la Terre qui sépare ces deux points.

2. Dans le logiciel Google Earth, retrouver les noms de ces deux villes.

Courbe de niveau

Une courbe de niveau est une ligne imaginaire qui relie tous les points de même altitude.

Les courbes de niveau permettent de lire le relief sur une carte.

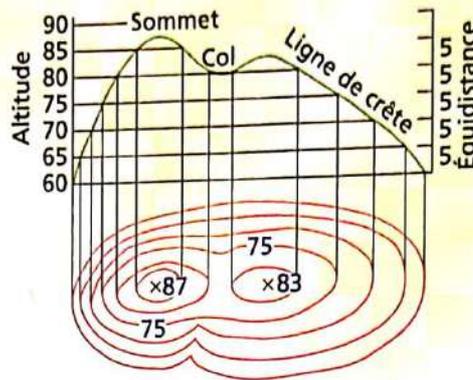
La différence d'altitude entre deux courbes se nomme l'équidistance.

Toutes les cinq courbes, une courbe maitresse est tracée en trait gras.



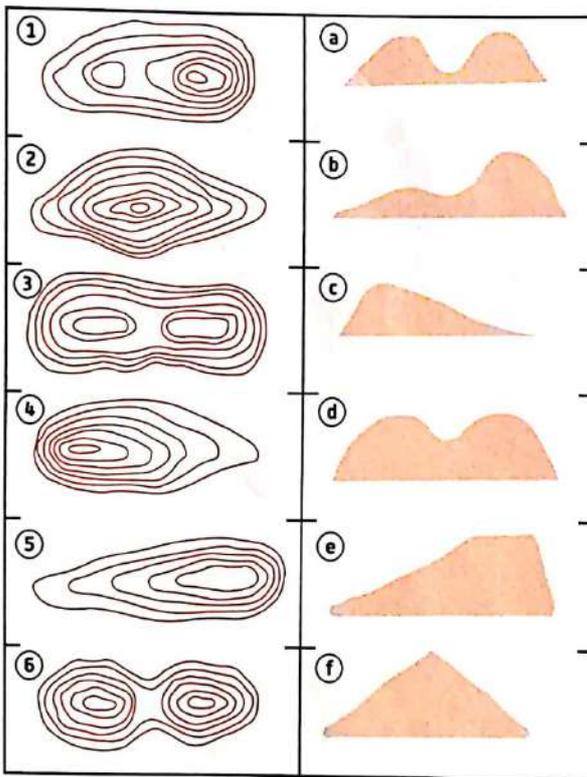
Principe de construction

Pour dessiner les courbes de niveau, il faut découper le terrain en « tranches », que l'on projette ensuite sur du papier, comme indiqué ci-dessous.



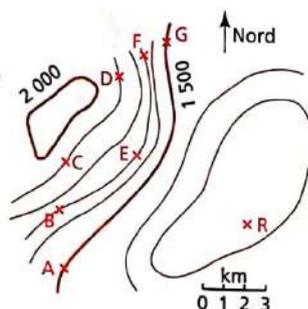
L'« épaisseur » des tranches est constante : elle est appelée **équidistance des courbes** et elle est indiquée sur la carte. Tous les cinq ou dix courbes, une **courbe maîtresse** est dessinée en gras, avec l'indication son altitude. Les chiffres de cette courbe sont toujours écrits dans le sens de la montée. Les points cotés (ici 83 et 87) donnent l'altitude de points particuliers qui complètent les courbes de niveau.

40 Associer les courbes de niveau au relief qu'elles représentent.



41 L'or du pirate

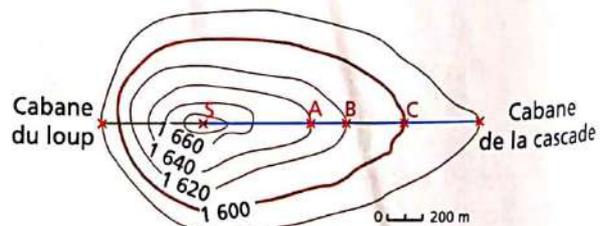
1. Sur la carte suivante quelle est l'altitude approximative de : D ? de R qui indique le repère du pirate ?



2. Sur un autre document il est indiqué que le trésor se trouve à 9 km du repère. Quels sont les points susceptibles de convenir ?
3. Le pirate mathématicien a aussi indiqué que l'altitude du trésor peut s'écrire $2^2 \times 5^2 \times 17$ et qu'il faut choisir le point le plus au sud à cette altitude. Quel point indique l'emplacement du trésor ?

42 Choix du chemin

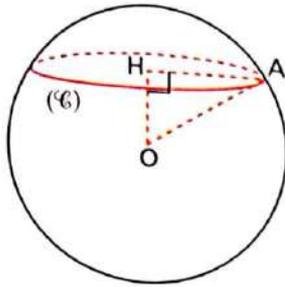
Un randonneur veut atteindre S le sommet de View. Pour cela il peut choisir de passer par la Cabane de la cascade ou par la Cabane du loup.
1. Il veut prendre à la montée le chemin le plus court et à la descente celui le moins en pente.
a) Quel itinéraire doit-il choisir à la montée (le vert ou le bleu) ? Justifier.
b) Et à la descente ?



2. Sur quelle portion la pente est-elle la plus forte entre A et B ou entre B et C ?

Problèmes

43 Sur la figure ci-dessous la sphère a pour centre O.



Un plan coupe cette sphère suivant le cercle (C) de centre H et de rayon 4,5 cm. Ce plan passe par le point A de la sphère. On a $(OH) \perp (AH)$.

1. Sachant que $\widehat{HAO} = 65^\circ$, tracer le triangle OHA dans son plan en vraie grandeur.
2. Calculer OA à 1 mm près.

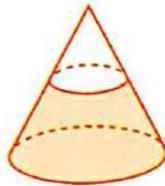
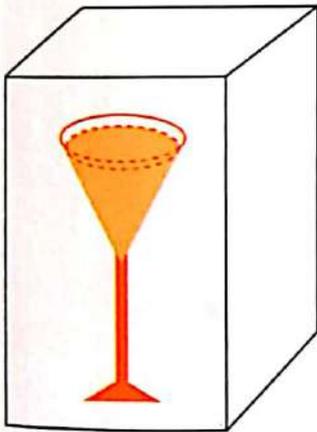
44 Problème ouvert

Bryan a acheté des cocktails aux fruits exotiques livrés dans des verres à pied de forme conique fermés par des opercules.

Voici ci-dessous le schéma d'un emballage.

Mais Bryan découvre à l'intérieur de la boîte que la hauteur du cocktail atteint juste la moitié de la hauteur du cône, il est furieux ! Sa sœur lui dit : « Une fois retourné, le cône sera rempli au moins à 95 % de sa hauteur ! ».

A-t-elle raison ?



45 Système D

Un pâtissier prépare de la pâte pour une commande de 100 choux. Au dernier moment, le client désire 35 choux de plus.

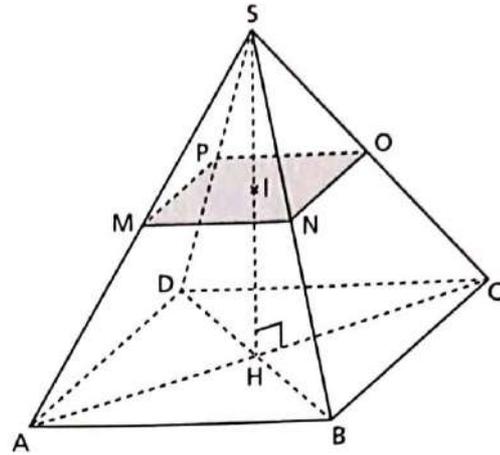
Le pâtissier est désespéré, quand passe son ami Claude. Ce dernier lui dit : « Diminue de 10 % la taille des choux et tu auras assez de pâte ! »

On considère que les choux ont la forme d'une boule. Expliquer le raisonnement de Claude.

CORRIGÉ

46 Je m'exerce pour le DNB

(D'après Nouvelle-Calédonie, 2010)



Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré ABCD tel que $AB = 5$ cm et sa hauteur $[SH]$ est de 10 cm.

On coupe la pyramide par un plan (P) parallèle à la base passant par les points M, N, O et P tel que $SI = 5$ cm.

1. Le volume d'une pyramide est donné par

la formule $V = \frac{b \times h}{3}$ avec b l'aire de la base et

h la hauteur de la pyramide. Calculer le volume de la pyramide SABCD au cm^3 près.

2. Quelle est la nature de la section de la pyramide par ce plan ?

3. La pyramide SMNOP est une réduction de la pyramide SABCD.

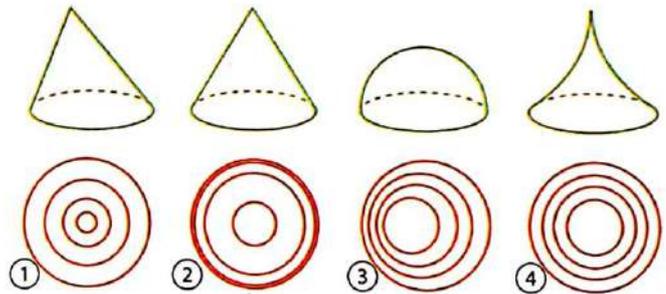
Calculer le coefficient de cette réduction.

4. Calculer la valeur exacte de l'aire \mathcal{A} de la section MNOP.

47 D'après Kangourou Benjamin 2005.

Au pays des kangourous roses, il y a des montagnes étranges.

Elles sont schématisées en vert tandis que dessous des courbes de niveau tracées en marron n'ont pas été placées dans le bon ordre. Quel est le bon ordre ?





Le cavalier du joueur noir vient d'être déplacé de G1 à F3. C'est au joueur blanc de jouer.

? Quel déplacement doit-il effectuer pour que le joueur noir soit « échec et mat » ?

Algorithmes et programmation

NOTIONS

- 51** Découvrir les algorithmes et la programmation 228
- 52** Utiliser des boucles dans un programme 230
- 53** Utiliser des instructions conditionnelles et des scripts en parallèles 232
- 54** Utiliser une variable dans un programme 234

JE CLIQUE Utiliser Scratch Tracer des figures avec Scratch 236

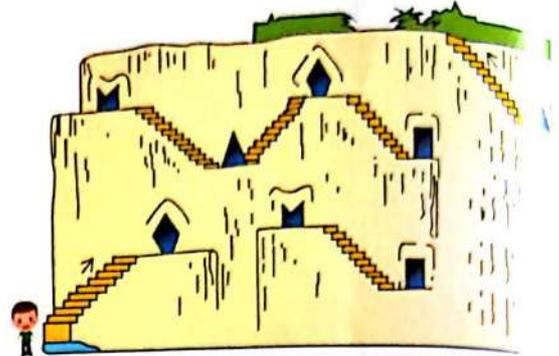
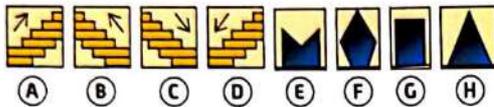
JE CLIQUE Utiliser Scratch Créer un jeu de pong avec Scratch 238

JE CLIQUE Utiliser un tableur Utiliser le code ASCII pour coder un texte 240

Cherchons

Un concurrent d'un jeu télévisé doit monter en haut d'une falaise constituée d'escaliers et de portes. Les portes de même forme sont reliées par un tunnel à l'intérieur de la falaise.

1. Écrire un petit texte lui indiquant la marche à suivre pour aller, sans faire aucune erreur, en haut de la falaise.
2. Comment lui donner la même information en n'utilisant que les symboles ci-dessous ?



Cours

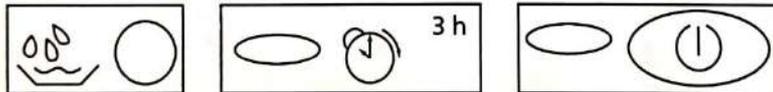
51 52 53 54

Définition 1 Un **algorithme** est une liste d'instructions, à suivre dans un certain ordre, qui aboutit à un ou des résultat(s) souhaité(s).

Exemple L'algorithme ci-contre permet de tracer un cercle de centre A de rayon 3 cm.

Définition 2 Un **programme** est un algorithme écrit dans un langage que peut comprendre une machine (ordinateur, téléphone, ...).

Exemple Le programme suivant sert à démarrer un lave-vaisselle dans 3 heures.



- Placer un point A sur une feuille
- Prendre un compas avec un écartement de 3 cm
- Pointer le compas sur A
- Poser le crayon
- Effectuer un tour complet

Exercices d'application

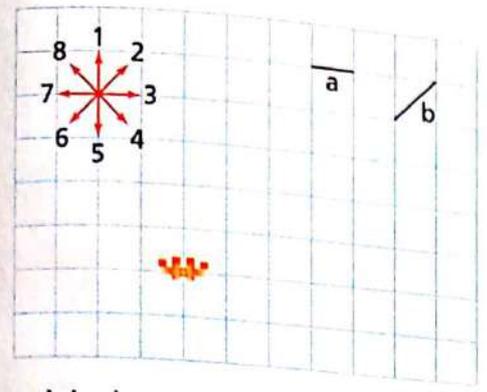
CORRIGÉ

1 Mettre dans l'ordre l'algorithme suivant pour changer la roue d'une voiture.

- a) Mettre la roue neuve
- b) Enlever le cric
- c) Monter le cric afin de surélever la voiture
- d) Finir de visser fermement les écrous
- e) Dévisser tous les écrous d'un demi-tour
- f) Finir de dévisser tous les écrous
- g) Placer le cric de la voiture près de la roue
- h) Visser les écrous sans trop forcer
- i) Descendre le cric
- j) Enlever la roue usagée



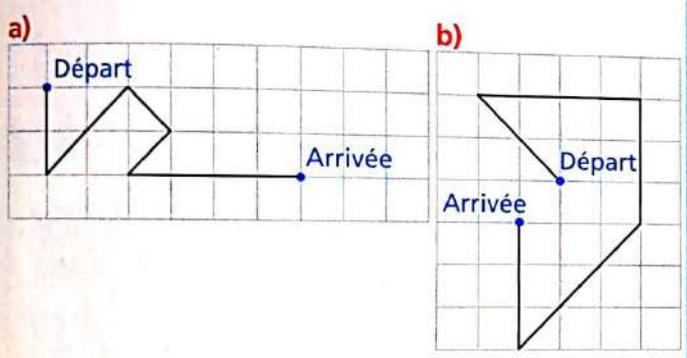
2 Sur un quadrillage, un robot peut se déplacer suivant huit directions avec une longueur multiple de a ou de b .



1. Reproduire le quadrillage et tracer le chemin de ce robot si on lui indique les instructions suivantes.

- Direction 3 et distance $2a$
- Direction 2 et distance $3b$
- Direction 5 et distance $4a$
- Direction 7 et distance $5a$

2. Écrire les instructions permettant d'effectuer les chemins suivants.

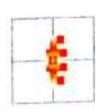


Exercices d'entraînement

Pour les exercices **3** à **5**, on considère un robot qui se déplace sur un quadrillage. Il connaît uniquement les instructions suivantes.

- Avancer de un ou plusieurs carreaux
- Avancer de une ou plusieurs diagonales
- Tourner dans le sens \odot avec un angle de 45° , 90° , 135° ou 180°
- Tourner dans le sens \ominus avec un angle de 45° , 90° , 135° ou 180°

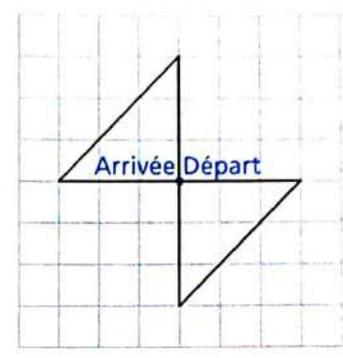
Au départ, il est orienté vers la droite de la feuille.



3 1. Tracer sur un quadrillage le chemin de ce robot lorsqu'on lui donne les instructions suivantes.

- Avancer de 4 carreaux
- Tourner de 45° dans le sens \odot
- Avancer de 2 diagonales
- Tourner de 135° dans le sens \odot
- Avancer de 4 carreaux
- tourner de 45° dans le sens \odot
- Avancer de 2 diagonales

2. Donner une suite d'instructions au robot afin qu'il parcoure le chemin suivant.



4 Utiliser un bloc

1. On considère la procédure suivante, nommée Figure.

- Figure**
- Avancer de 2 carreaux
 - Tourner de 135° dans le sens \odot
 - Avancer d'une diagonale
 - Tourner de 90° dans le sens \odot
 - Avancer d'une diagonale
 - Tourner de 135° dans le sens \odot

Tracer sur un quadrillage le chemin du robot suivant cette procédure.

2. On réutilise cette procédure dans le programme ci-contre.

- Effectuer « Figure »
- Avancer de 3 carreaux
- Effectuer « Figure »
- Avancer de 3 carreaux
- Effectuer « Figure »

Tracer sur un quadrillage le chemin ainsi parcouru par le robot.

5 DÉFI!

Créer un programme pour que le robot trace vos initiales.

Cherchons

Dans le logiciel Scratch, écrire les instructions ci-contre.
Voir JE CLIQUE p. 236

1. Presser la barre d'espace et cliquer plusieurs fois sur le drapeau vert.

2. Modifier légèrement le premier programme de la façon suivante.

```

quand cliqué
  répéter 8 fois
    avancer de 100
    tourner de 135 degrés
  
```

Tester le programme.
À quoi sert cette instruction ajoutée ?

3. Écrire le programme suivant puis le tester.

```

quand cliqué
  répéter jusqu'à touche flèche haut pressée?
    avancer de 150
    tourner de 175 degrés
  
```

Remplacer 150 par 4 et 175 par 3.
Que se passe-t-il ?

```

quand cliqué
  avancer de 100
  tourner de 135 degrés

quand espace est cliqué
  aller à x: 0 y: 0
  s'orienter à 90
  stylo en position d'écriture
  effacer tout
  mettre à 50 % de la taille initiale
  
```

Cours

51 52 53 54

Définition Une boucle permet d'effectuer une même partie d'un programme plusieurs fois.

Exemples

Boucle définie par un nombre donné de répétitions.

```

répéter 8 fois
  
```

Boucle qui s'arrête quand une condition est réalisée.

```

répéter jusqu'à touche flèche haut pressée?
  
```

Boucle qui ne s'arrête pas (sauf si le bouton  est actionné).

```

répéter indéfiniment
  
```

Exercices d'application

6 1. Sans utiliser le logiciel Scratch, tracer sur une feuille le chemin indiqué par le programme ci-contre.

```

quand cliqué
  stylo en position d'écriture
  répéter 5 fois
    avancer de 70
    tourner de 45 degrés
  
```

2. Vérifier à l'aide du logiciel.

3. Indiquer ce qu'il faut modifier sur ce programme pour obtenir un polygone.

CORRIGÉ

7 Compléter le programme ci-contre afin d'obtenir un pentagone.

```

quand cliqué
  stylo en position d'écriture
  répéter 5 fois
    avancer de 70
    tourner de 0 degrés
  
```

8 Compléter le programme ci-contre afin d'obtenir un décagone.

```

quand cliqué
  stylo en position d'écriture
  répéter 10 fois
    avancer de 70
    tourner de degrés
  
```

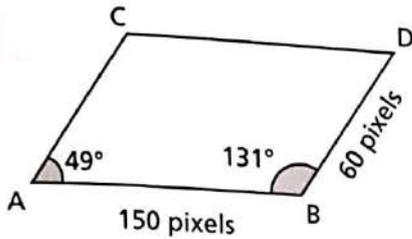
Exercices d'entraînement

9 Compléter l'intérieur de cette boucle pour tracer les parallélogrammes suivants.

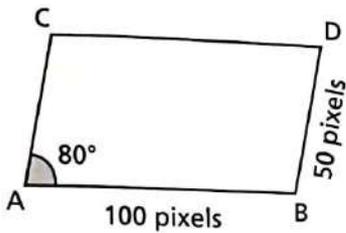
```

quand cliqué
  stylo en position d'écriture
  répéter 2 fois
    [ ]
  
```

a)



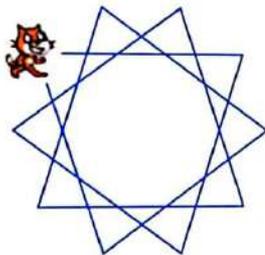
b)



10 1. Recopier les blocs suivants.

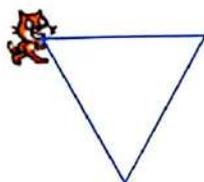
```

définir étoile
  répéter 10 fois
    avancer de 120
    tourner de 108 degrés
  
```



```

définir triangle
  répéter 3 fois
    avancer de 100
    tourner de 120 degrés
  
```



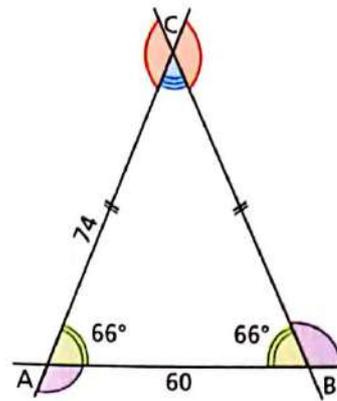
2. Effacer les figures et créer le programme suivant.

```

quand cliqué
  étoile
  avancer de 140
  triangle
  
```

Expliquer brièvement le tracé obtenu.

11 1. Reproduire à main levée le triangle ABC.



2. Calculer la mesure des angles marqués.
3. On considère le bloc suivant. Que fait ce bloc ?

```

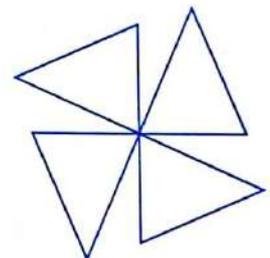
définir triangle
  stylo en position d'écriture
  avancer de 60
  tourner de 114 degrés
  avancer de 74
  tourner de 132 degrés
  avancer de 74
  tourner de 114 degrés
  relever le stylo
  
```

4. On considère le programme ci-contre. Tracer à main levée le tracé obtenu.

```

quand cliqué
  répéter 4 fois
    triangle
    avancer de 30
  
```

5. On souhaite obtenir le tracé ci-contre. Quel programme faut-il choisir ?



a)

```

quand cliqué
  cacher
  effacer tout
  aller à x: -50 y: 0
  répéter 4 fois
    triangle
    tourner de 90 degrés
  
```

b)

```

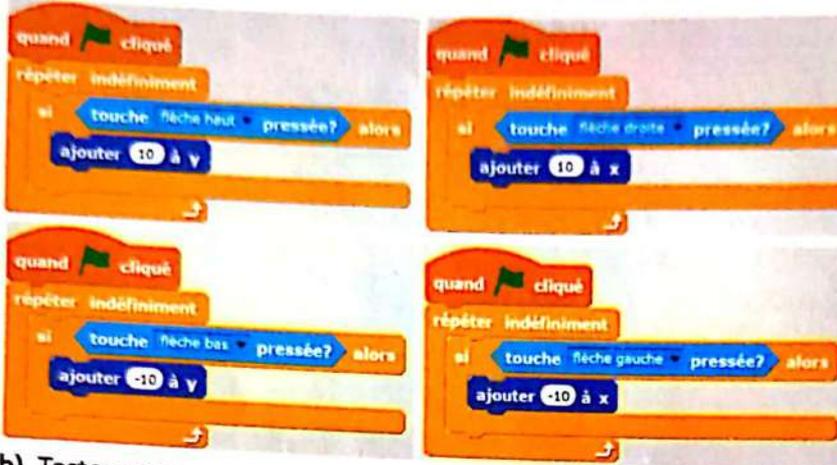
quand cliqué
  cacher
  effacer tout
  aller à x: -50 y: 0
  répéter 4 fois
    triangle
    avancer de 60
    tourner de 15 degrés
  
```

Remarque : « cacher » rend le lutin transparent.

Utiliser des instructions conditionnelles et des scripts en parallèles

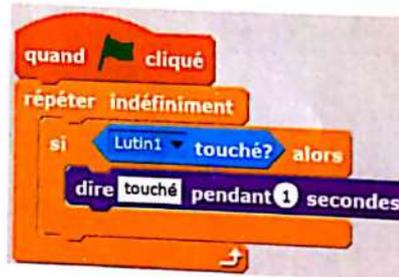
Cherchons

1. a) Dans le logiciel Scratch, écrire les instructions suivantes.



b) Tester ce programme. Que permet-il de faire ?

2. a) À l'aide de la fonction , créer un nouveau lutin nommé « Ball »
 b) Ajouter à ce lutin les instructions suivantes.



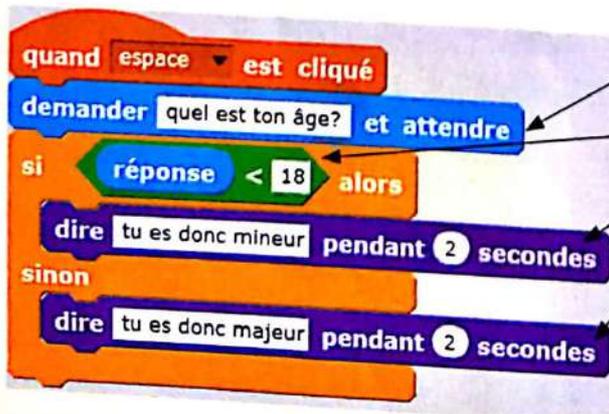
c) Tester à nouveau ce programme. Expliquer ce que fait le lutin « Ball ».

Cours

51 52 53 54

Définition En programmation, on utilise l'instruction conditionnelle « si...alors » lorsqu'une action doit être effectuée seulement si une condition est vérifiée.

Exemple



- L'ordinateur pose une question et attend une réponse de l'utilisateur.
- La condition
- Action lorsque la condition est vérifiée.
- Action lorsque la condition n'est pas vérifiée.

Exercices d'application

CORRIGÉ

12 Expliquer en une phrase l'action du lutin pour chacun de ces programmes suivants.

a)

```

quand cliqué
si 10 < 2 alors
    avancer de 10
sinon
    tourner de 90 degrés
    
```

b)

```

quand cliqué
si 2 < 6 alors
    avancer de 10
    
```

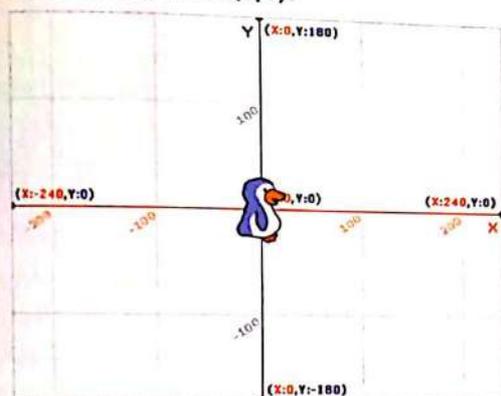
13 Expliquer en une phrase l'action du lutin pour le programme ci-contre.

```

quand cliqué
si 3 + 4 < 2 alors
    dire Hello! pendant 2 secondes
sinon
    dire Goodbye! pendant 2 secondes
    
```

Exercices d'entraînement

14 Un lutin se trouve au centre de l'écran, au point de coordonnées (0;0).



On considère les instructions suivantes.

```

quand cliqué
répéter indéfiniment
si abscisse x > 100 alors
    dire abscisse x pendant 2 secondes
    
```

```

quand cliqué
donner la valeur 0 à x
donner la valeur 0 à y
répéter jusqu'à abscisse x > 100
    avancer de 10
    
```

Remarque : **abscisse x** donne l'abscisse du lutin à chaque instant.

- Expliquer ce qu'il se passe lorsque le drapeau vert est pressé.
- Que faut-il changer au programme précédent pour voir le lutin annoncer la valeur 105 ?

15 Écrire les instructions suivantes.

```

quand cliqué
aller à x: -100 y: -100
stylo en position d'écriture
choisir la couleur pour le stylo
répéter 4 fois
    avancer de 200
    tourner de 90 degrés
relever le stylo
aller à x: 0 y: 0
    
```

```

quand cliqué
répéter indéfiniment
si couleur touchée? alors
    dire regroupe abscisse x ordonnée y pendant 2 secondes
sinon
    ajouter 10 à x
    ajouter 10 à y
    quand espace est cliqué
        mettre à 1 % de la taille initiale
        aller à x: 0 y: 0
    
```

- Appuyer sur la barre d'espace. Que s'est-il passé ?
 - Presser la touche « c ». Que s'est-il passé ?
 - Cliquer sur le drapeau et expliquer pourquoi le texte « 100 100 » est affiché.
- Modifier le programme afin d'obtenir :
 - l'affichage 0100 ;
 - l'affichage -100 - 100 ;
 - l'affichage 50 100 ;

16 Un peu de calcul trigonométrique

On rappelle que l'écran du logiciel Scratch est un rectangle disposant d'un repère allant de -240 pour les abscisses et de -180 à 180 pour les ordonnées.

1. Écrire les instructions suivantes.

```

quand espace est cliqué
aller à x: 0 y: 0
s'orienter à 90
mettre à 1 % de la taille initiale
effacer tout
stylo en position d'écriture
    
```

```

quand cliqué
tourner de 15 degrés
répéter jusqu'à bord touché?
    avancer de 10
    
```

```

quand cliqué
répéter indéfiniment
si bord touché? alors
    dire regroupe abscisse abscisse x pendant 2 secondes
    dire regroupe ordonnée ordonnée y pendant 2 secondes
    
```

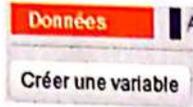
- Presser la barre d'espace et cliquer sur le drapeau vert. Pouvait-on prévoir l'affichage ?
- Que devient l'affichage si on remplace

tourner de 15 degrés par **tourner de 30 degrés** ? Vérifier sur le logiciel.

Utiliser une variable dans un programme

Cherchons

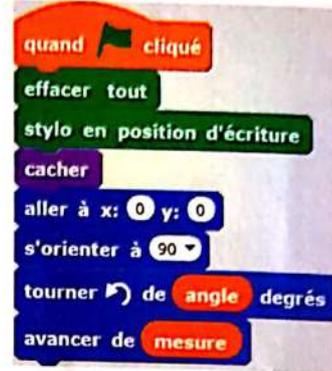
1. Dans le logiciel Scratch, créer deux variables « mesure » et « angle » :



2. Double-cliquer sur ces variables dans la fenêtre afin d'afficher des curseurs :



3. Écrire le programme suivant et le tester avec plusieurs positions des deux curseurs.

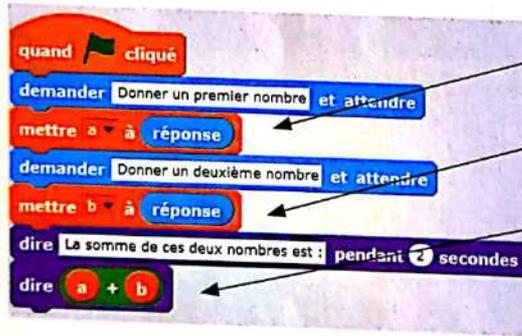


Cours

51 52 53 54

Définition En algorithmique, une **variable** est une étiquette collée sur une boîte qui peut contenir plusieurs valeurs.

Exemple



- Le programme range la réponse dans la variable a.
- Le programme range la réponse dans la variable b.
- Le programme utilise les deux variables pour donner un résultat.

Exercices d'application

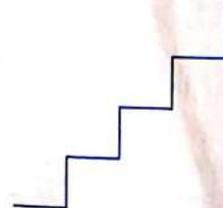
17 On exécute le programme ci-contre.

Décrire ce qu'il se passe sur l'écran.



CORRIGÉ

18 Modifier le programme précédent pour obtenir cette figure.



19 On exécute le programme suivant.

```

quand cliqué
mettre x à 3
mettre y à 2
mettre x à x + 10
mettre y à y + x
dire y

quand espace est cliqué
mettre y à 2
mettre x à 10 / y
mettre y à x - y
dire regroupe x y
    
```

1. Que se passe-t-il lorsque l'on clique sur le drapeau vert ?
2. Que se passe-t-il lorsque l'on presse la barre d'espace ?
3. Vérifier à l'aide de l'ordinateur.

Exercices d'entraînement

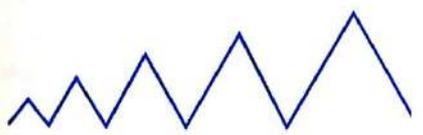
20 1. Entrer les instructions suivantes dans le logiciel Scratch.

```

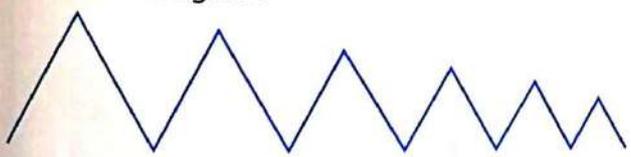
quand cliqué
cacher
mettre nombre à 10
tourner de 60 degrés
répéter 5 fois
  avancer de nombre
  tourner de 120 degrés
  avancer de nombre
  tourner de 120 degrés
  ajouter à nombre 10

quand espace est cliqué
aller à x: -150 y: 0
effacer tout
s'orienter à 90
choisir la taille 1 pour le stylo
montrer
    
```

2. Appuyer sur le drapeau vert (les instructions de droite servent à effacer la figure).
3. Que faut-il modifier à ce programme pour obtenir cette figure ?



4. Que faut-il modifier à ce programme pour obtenir cette figure ?



5. Que faut-il modifier à ce programme pour obtenir cette figure ?



21 On exécute le programme suivant.

```

quand cliqué
mettre y à 10
mettre x à y
répéter 5 fois
  mettre y à y + 1
  mettre x à x * 2
dire x pendant 2 secondes
dire y pendant 2 secondes
    
```

Quel sera l'affichage final ? Expliquer.

22 Divisibilité

```

quand espace est cliqué
demander Donner un nombre entier et attendre
mettre nombre 1 à réponse
demander Donner un autre nombre entier plus petit et attendre
mettre nombre 2 à réponse
si nombre 1 modulo nombre 2 = 0 alors
  dire regroupe nombre 2 regroupe est un diviseur de nombre 1 pendant 2 secondes
sinon
  dire regroupe regroupe pendant 2 secondes
    
```

1. Observer ce programme et compléter la dernière instruction.

```

dire regroupe regroupe pendant 2 secondes
    
```

Aide : la fonction «a modulo b» donne le reste de la division entière de a par b.

2. Recopier ce programme et le tester.

23 Liste des diviseurs

1. Recopier le programme suivant.

```

quand cliqué
demander Donner un nombre entier et attendre
mettre nombre à réponse
mettre n à 1
dire regroupe Je vais afficher les diviseurs de nombre pendant 2 secondes
répéter jusqu'à nombre < n
  si nombre modulo n = 0 alors
    dire n pendant 2 secondes
  ajouter à n 1
    
```

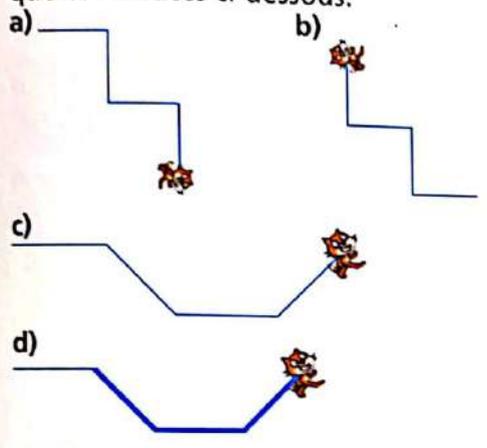
2. Utiliser ce programme pour chercher les diviseurs de 56 ; 127 ; 2016 ; 2017 et 65 537.

Pour les exercices 25 à 30, on utilisera les instructions suivantes qui servent à effacer les figures précédentes.

```

quand espace est cliqué
aller à x: 0 y: 20
s'orienter à 90
mettre à 30 % de la taille initiale
effacer tout
stylo en position d'écriture
    
```

25 À l'aide de Scratch, compléter le bloc ci-contre afin d'obtenir les chemins du même type que ceux tracés ci-dessous.



26 Avec le logiciel Scratch, écrire un programme permettant de tracer :
 a) un carré ; b) un losange ;
 c) un triangle équilatéral.

27 1. Sans utiliser le logiciel Scratch, dessiner sur une feuille le chemin qui serait tracé avec le programme suivant.

```

quand cliqué
choisir la couleur pour le stylo
tourner de 90 degrés
avancer de 60
choisir la couleur pour le stylo
tourner de 90 degrés
avancer de 60
avancer de -60
choisir la couleur pour le stylo
avancer de -60
avancer de 60
    
```

2. Vérifier à l'aide du logiciel.

28 1. Sans utiliser le logiciel Scratch, dessiner sur une feuille le chemin qui serait tracé avec le programme suivant.

```

quand cliqué
tourner de 90 degrés
avancer de 60
tourner de 30 degrés
avancer de 60
tourner de 120 degrés
avancer de 60
tourner de 120 degrés
avancer de 60
    
```

2. Vérifier à l'aide du logiciel.

29 Créer un bloc

1. Dans le menu « bloc », créer le bloc « carré » et compléter ce bloc afin de tracer un carré.

```

définir carré
avancer de 60
tourner de 90 degrés
    
```

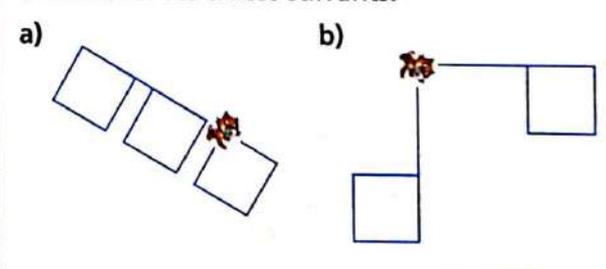
2. Écrire et tester le programme suivant.

```

quand cliqué
carré
avancer de 80
carré
    
```

Que se passe-t-il ?

3. Écrire un programme permettant d'effectuer les tracés suivants.



30 En utilisant le bloc de l'exercice précédent, réaliser la figure ci-contre.

