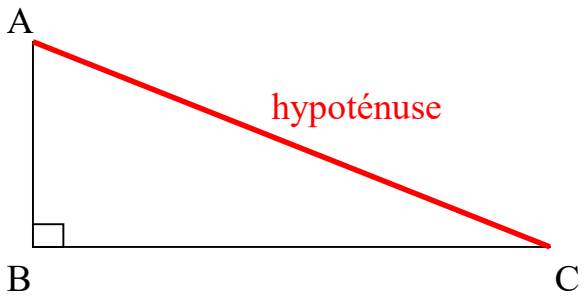
Chapitre 2 :
Les triangles

I. Le théorème de Pythagore :

On rappelle que dans un triangle rectangle, le plus grand côté est appelé **hypoténuse**. C'est aussi le côté opposé à l'angle droit dans le triangle (l'angle droit n'est pas une de ses extrémités.)

Dans le triangle ABC rectangle en B ci-dessous :



l'hypoténuse est le segment [AC]. Sa longueur est AC.

Le théorème de Pythagore énonce une relation entre les 3 longueurs des côtés d'un trianle rectangle.

Théorème de Pythagore :
Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

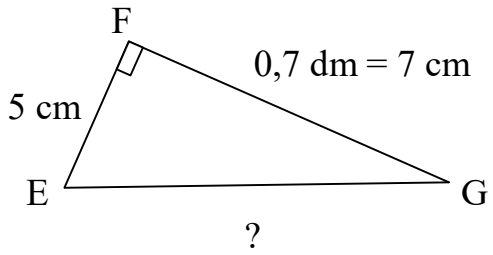
Si on applique ce théorème dans le triangle ABC rectangle en B précédent, on obtient l'égalité :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

Remarque :
Le théorème de Pythagore permet de trouver une longueur manquante dans un triangle rectangle si on connaît les deux autres.

Exemples d'utilisation du théorème de Pythagore :

Ex 1) Un triangle EFG est rectangle en F. On sait que EF = 5 cm et FG = 0,7 dm.
Déterminer EG en cm (arrondir au dixième près.)



On sait que le triangle EFG est rectangle en F, donc par le théorème de Pythagore on a :

$EG^2 = EF^2 + FG^2$

$= 5^2 + 7^2$

$= 25 + 49$

$= 74$

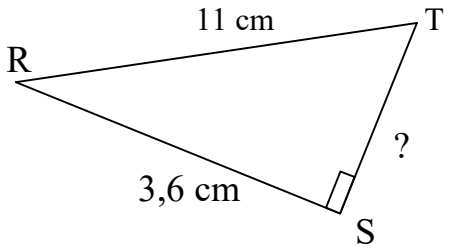
d'où $EG = \sqrt{74}$

$\approx$ ***8,6 (cm)***

(On rappelle que la racine carrée d'un nombre positif a, notée $\sqrt{a}$, est l'inverse du carré. Par exemple, on a $3^2 = 9$, donc $\sqrt{9} = 3$)

Ex 2) On considère un triangle RST rectangle en S tel que RS = 3,6 cm et RT = 11 cm.

Déterminer ST (arrondir au dixième de cm près.)



On sait que le triangle RST est rectangle en S donc par le théorème de Pythagore on a :

$RT^2 = RS^2 + ST^2$ *(On ne se trompe pas : c'est toujours l'hypoténuse au carré qu'on met tout seul dans la formule !)*

$11^2 = 3{,}6^2 + ST^2$

$121 = 12{,}96 + ST^2$

d'où :

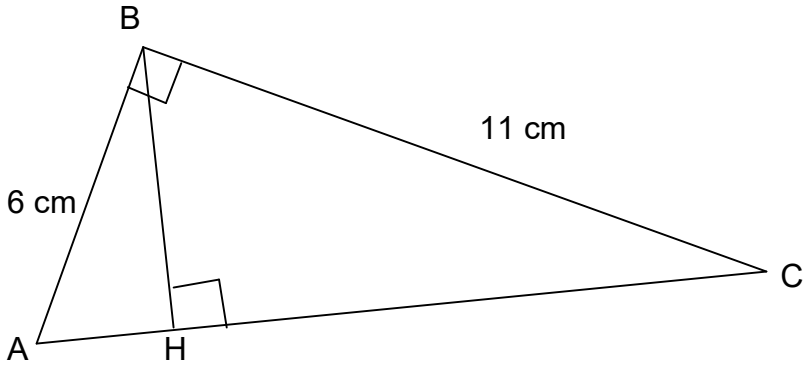
$ST^2 = 121 - 12{,}96$ *(Quand on ne cherche pas l'hypoténuse, on pense à calculer la différence entre le plus grand nombre et le plus petit.)*

$= 108{,}04$

d' où : $ST = \sqrt{108{,}04}$

$\approx$ ***10,4 (cm)***

Ex 3) On considère le triangle ABC rectangle en B ci-dessous. Le segment [BH] représente la hauteur issue de B :



On donne AB = 6 cm et BC = 11 cm

1) Déterminer AC.
2) Calculer l'aire du triangle ABC en cm^2.
3) En déduire BH.

Solution :

1)

On sait que le triangle ABC est rectangle en B donc par le théorème de Pythagore on a :

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 6^2 + 11^2$

$AC^2 = 36 + 121$

$AC^2 = 157$

D'où $AC = \sqrt{157}$

$\approx$ ***12,5 (cm)***

2)

On rappelle que dans un triangle l'aire est donné par la formule : $\frac{\text{base X hauteur}}{2}$

Et dans un triangle rectangle, on peut prendre comme base et hauteur les deux côtés perpendiculaires.

Donc ici : Aire de ABC $= \frac{\text{AB X BC}}{2} = \frac{6 \text{ X } 11}{2} = \frac{66}{2} = 33$ (cm^2)

Le triangle ABC a donc une aire de ***33 cm^2***

3) En déduire BH.

On sait que Aire de ABC $= \frac{\text{AC X BH}}{2} \approx \frac{12{,}5 \text{ X BH}}{2} \approx 6{,}25 \text{ X BH}$

Comme par la question 2) on sait que Aire de ABC = 33, on a donc :

$6{,}25 \text{ X BH} \approx 33$

d'où $BH \approx \frac{33}{6{,}25} \approx 5{,}28$ (cm)

La hauteur [BH] a donc une longueur d'environ ***5,28 cm***